

## 解析几何中选择、填空压轴题选讲

### 【使用说明】

纵观多年的北京高考和北京各区模拟题，以解析几何做为选择、填空压轴题的情况非常多，可见解析几何中选择、填空压轴题的专题训练还是很必要、很重要的。

这些压轴题涉及到的知识比较综合，方法也比较灵活多样.我们有些同学可能擅长代数运算，有些同学擅长几何图形转化.做为选择题、填空题，有些同学可能比较擅长一些特殊的方法（比如特殊点法、例举（正例或者反例）法、代入选项排除法、极限法等等）.有些同学可能对这部分题目还有一些害怕，不知道如何下手.那么，我们希望通过本节课的探索和学习，帮助大家打消畏难情绪，讲解中的知识和方法能够对同学们有一些启发和帮助.可以让同学们对于这部分问题有更系统的认识，可以大胆尝试使用不同的方法去处理这部分问题.

### 【学法指导】

同学们可以通过教师的讲解、图形的展示、数学教学软件的帮助来理解和掌握本节课的教学内容.

### 【学习目标】

- 1、同学们通过第一题的探索，争取能够掌握方程和函数之间的转化应用.也可以尝试使用特殊点法去解决这道题目；
- 2、同学们通过第二题的探索，争取能够在比较复杂的题目中进行知识的综合应用（重要不等式的应用），也可以尝试使用特殊点法去解决这道题目；
- 3、同学们通过第三题、第四题的探索，争取能够在运动变化中寻找规律，从而解决问题；
- 4、同学们通过完成作业和扩展练习，争取加深对于本节课所学内容的理解；
- 5、同学们通过这一个专题的努力探索，争取能够对于知识之间的横向、纵向联系有一定的把握.

### 【学习重点】

- 1、方程、函数之间的转化应用；
- 2、数形结合解决问题.

### 【学习难点】

知识之间的关联和综合应用能力的提升.

**【学习任务】**

1. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，动点  $P(x, y)$  到两坐标轴的距离之和等于它到定点  $(1, 1)$  的距离，记点  $P$  的轨迹为  $C$ . 给出下面四个结论：

① 曲线  $C$  关于原点对称；                      ② 曲线  $C$  关于直线  $y = x$  对称；

③ 点  $(-a^2, 1) (a \in \mathbf{R})$  在曲线  $C$  上；

④ 在第一象限内，曲线  $C$  与  $x$  轴的非负半轴、 $y$  轴的非负半轴围成的封闭图形的面积小于  $\frac{1}{2}$ .

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

2. 数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，曲线  $C: x^2 + y^2 = 1 + |x|y$  就是其中之一（如图）. 给出下列三个结论：

① 曲线  $C$  恰好经过 6 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）；

② 曲线  $C$  上任意一点到原点的距离都不超过  $\sqrt{2}$ ；

③ 曲线  $C$  所围成的“心形”区域的面积小于 3.

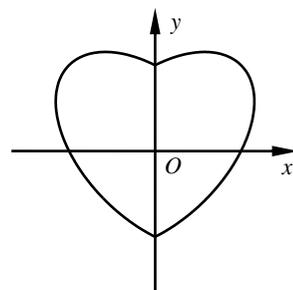
其中，所有正确结论的序号是

(A) ①

(B) ②

(C) ① ②

(D) ① ② ③



3. 已知椭圆  $G: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < \sqrt{6})$  的两个焦点分别为  $F_1$  和  $F_2$ ，短轴的两个端点分别为  $B_1$  和  $B_2$ ，点  $P$  在椭圆  $G$  上，且满足  $|PB_1| + |PB_2| = |PF_1| + |PF_2|$ . 当  $b$  变化时，给出下列三个命题：

① 点  $P$  的轨迹关于  $y$  轴对称；

② 存在  $b$  使得椭圆  $G$  上满足条件的点  $P$  仅有两个；

③  $|OP|$  的最小值为 2，

其中，所有正确命题的序号是\_\_\_\_\_.

4. 已知点  $A$  在曲线  $P: y = x^2 (x > 0)$  上,  $\odot A$  过原点  $O$ , 且与  $y$  轴的另一个交点为  $M$ . 若线段  $OM$ ,  $\odot A$  和曲线  $P$  上分别存在点  $B$ 、点  $C$  和点  $D$ , 使得四边形  $ABCD$  (点  $A, B, C, D$  顺时针排列) 是正方形, 则称点  $A$  为曲线  $P$  的“完美点”. 那么下列结论中正确的是 ( )
- A. 曲线  $P$  上不存在“完美点”
- B. 曲线  $P$  上只存在一个“完美点”, 其横坐标大于 1
- C. 曲线  $P$  上只存在一个“完美点”, 其横坐标大于  $\frac{1}{2}$  且小于 1
- D. 曲线  $P$  上存在两个“完美点”, 其横坐标均大于  $\frac{1}{2}$

### 【小结】

处理解析几何综合题, 可以从代数角度入手进行处理, 也可以从几何图形的角度入手进行处理. 如果得到的方程无法做出对应的轨迹, 也可以从函数的角度思考, 可以说我们研究函数的经验和方法还是比较丰富的, 所以我们可以想办法得到函数图象从而解决问题.

关于动点的问题, 同学们也可以通过分析 (可以是严谨的代数推理、图形分析, 也可以通过特殊点判断, 也可以通过选项分析等等) 找到动点的变化规律, 从而解决问题.

因为这是选择、填空压轴题的位置, 所以在这整个研究探索过程中会涉及到知识、方法的综合应用. 在这样一个探索过程中, 相信同学们解决问题的综合数学素养一定会有所提高. 本节课就上到这里, 谢谢同学们观看, 再见.