课后作业答案

解：（Ⅰ）由短轴长为$2\sqrt{2}$，得$b=\sqrt{2}$，

由$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，得$a^2=4,b^2=2$.

∴椭圆C的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

（Ⅱ）以MN为直径的圆过定点$F(\pm\sqrt{2},0)$.

证明如下：设$P(x_0,y_0)$，则$Q(-x_0,-y_0)$，且$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$，即$x_0^2+2y_0^2=4$，

∵ $A(-2,0)$，∴直线PA方程为：$y=\frac{y_0}{x_0+2}(x+2)$，∴$M(0,\frac{2y_0}{x_0+2})$

直线QA方程为：$y=\frac{y_0}{x_0-2}(x+2)$，∴$N(0,\frac{2y_0}{x_0-2})$，

以MN为直径的圆为$(x-0)(x-0)+(y-\frac{2y_0}{x_0+2})(y-\frac{2y_0}{x_0-2})=0$

【或通过求得圆心$O'(0,\frac{2x_0y_0}{x_0^{\ 2}-4})$，$r=|\frac{4y_0}{x_0^{\ 2}-4}|$得到圆的方程】

即$x^2+y^2-\frac{4x_0y_0}{x_0^{\ 2}-4}y+\frac{4y_0^{\ 2}}{x_0^{\ 2}-4}=0$，

∵ $x_0^2-4=-2y_0^2$，∴ $x^2+y^2+\frac{2x_0}{y_0}y-2=0$，

令$y=0$，则$x^2-2=0$，解得$x=\pm\sqrt{2}$.

∴以MN为直径的圆过定点$F(\pm\sqrt{2},0)$.