

解:设 $N(x_1, y_1)$, 当直线 l 垂直于 x 轴时, 点 E 在以 MN 为直径的圆上, 不合题意,

因此设直线 l 的方程为 $y = k(x - 2) + 1$, 代入椭圆方程消去 y 得

$$(4k^2 + 1)x^2 + 8(k - 2k^2)x + 4(4k^2 - 4k - 1) = 0$$

$$\text{则有 } 2x_1 = \frac{4(4k^2 - 4k - 1)}{4k^2 + 1}, \text{ 即 } x_1 = \frac{2(4k^2 - 4k - 1)}{4k^2 + 1}, \quad y_1 = \frac{-4k^2 - 4k + 1}{4k^2 + 1}$$

且判别式 $\Delta = 16(2k + 1)^2 > 0$, 即 $k \neq -\frac{1}{2}$, 又点 E 总在以 MN 为直径的圆内,

所以必有 $\overrightarrow{EM} \cdot \overrightarrow{EN} < 0$, 即有 $(x_1 - 1, y_1)(1, 1) = x_1 + y_1 - 1 < 0$, 将 x_1, y_1 代入得

$$\frac{4k^2 - 8k - 3}{4k^2 + 1} + \frac{-4k^2 - 4k + 1}{4k^2 + 1} < 0, \text{ 解得 } k > -\frac{1}{6}, \text{ 所以满足条件的直线 } l \text{ 的斜率的取值范围}$$

是 $(-\frac{1}{6}, +\infty)$.