

拓展提升任务：导数题目条件挖掘问题

已知函数 $f(x) = (1-x)e^{kx} - x - 1 (k > 0)$.

- (1) 若 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减，求 k 的取值范围；
- (2) 若 $x > 0$ ，求证： $(2-x)e^x - (2+x)e^{-x} < 2x$.