

【课后作业】

已知函数 $f(x) = ax - (2a+1)\ln x - \frac{2}{x}$, $g(x) = -2a\ln x - \frac{2}{x}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a > 0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 若存在 $x \in [\frac{1}{e}, e^2]$, 使得不等式 $f(x) \geq g(x)$ 成立, 求 a 的取值范围.