《近几年高考函数试题分析》教学活动方案答案

例 1. $f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a, x<1\\ \log_a x, x\geq 1\end{cases}$ 是 R 上的减函数，则 a 的取值范围是（ C ）

A. $(0,1)$　　B. $(0,\frac{1}{3})$　　C. $[\frac{1}{7},\frac{1}{3})$　　D. $[\frac{1}{7},1)$

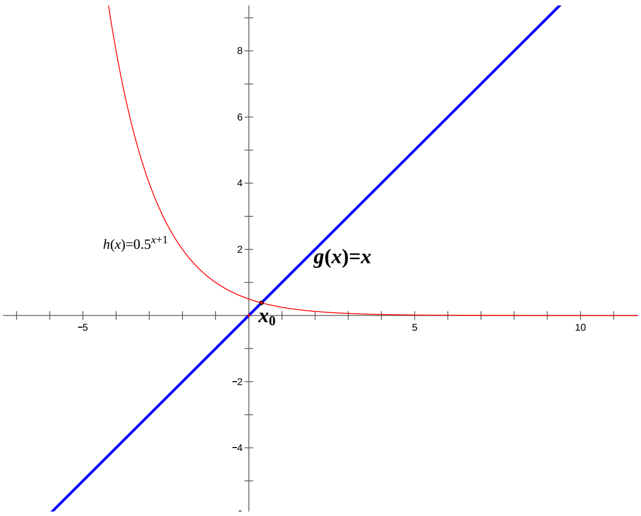
解：由 $\begin{cases}3a-1<0\\0<a<1\\(3a-1)+4a\geq \log_a 1\end{cases}$ 得 $\frac{1}{7}\leq a<\frac{1}{3}$

例 2.已知函数 $f(x)=x-(\frac{1}{2})^{x+1}$，若 x_0 是方程 $f(x)=0$ 的解，且 $x_1<x_0$，则 $f(x_1)$ 的值为(C　)

A．恒为正值　　B．等于 0　　C．恒为负值　　D．不大于 0

思路 1．转化为两个函数的交点问题.由 $f(x)=0$ 得 $x=(\frac{1}{2})^{x+1}$，令 $g(x)=x$，$h(x)=(\frac{1}{2})^{x+1}$，

在同一坐标系中作出它们的图象，可知它们有唯一交点，则其横坐标为 x_0，

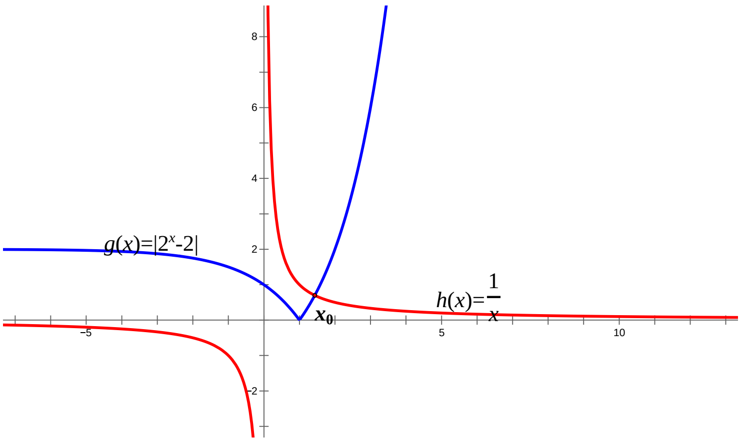


观察图象可知当 $x<x_0$ 时，$g(x)=x$ 的图象在 $h(x)=(\frac{1}{2})^{x+1}$ 的下方，因此 $f(x_1)=g(x_1)-h(x_1)<0$

思路 2．从函数本身的单调性入手．$g(x)=x$ 在 R 上是增函数，$h(x)=(\frac{1}{2})^{x+1}$ 在 R 上是减函数，所以 $f(x)=g(x)-h(x)=x-(\frac{1}{2})^{x+1}$ 在 R 上是增函数，所以 $f(x_1)<f(x_0)=0$

巩固练习.已知函数 $f(x)=|2^x-2|-\dfrac{1}{x}$，若 x_0 是方程 $f(x)=0$ 的解，且 $x_1>x_0$，则 $f(x_1)$ 的值为(A)

A．恒为正值　　B．等于 0　　C．恒为负值　　D．不大于 0



例 3. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x-1, & x\le 2, \\ 2+\log_a x, & x>2 \end{cases}$ $(a>0$ 且 $a\ne 1)$ 的最大值为1, 则实数 a 的取值范围是 A

A．$[\frac{1}{2},1)$　　B．（0,1）　　C．$(0,\frac{1}{2}]$　　D．（1,+∞）

思路 1.分别求分段函数在两段上的最大值.

当 $x\le 2$ 时，$f(x)=x-1$ 单调递增，所以在 $(-\infty,2]$ 上 $f(x)_{\max}=f(2)=1$；

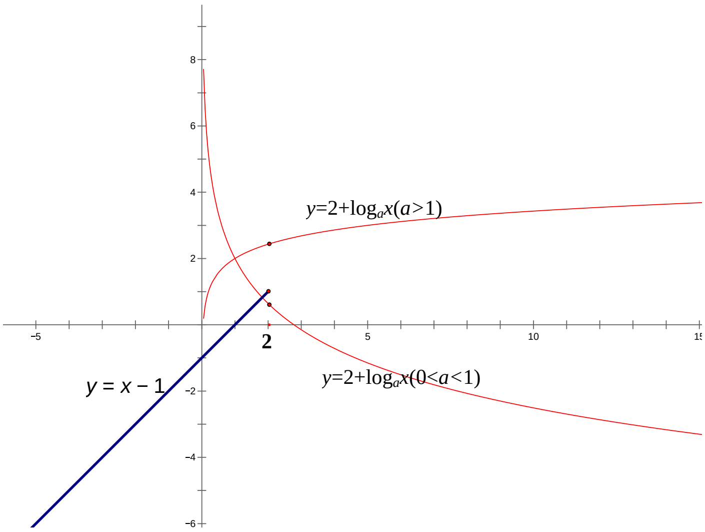
因此当 $x>2$ 时，$f(x)=2+\log_a x\le 1$；

当 $0<a<1$ 时，$f(x)=2+\log_a x$ 单调递减，因此只需 $2+\log_a 2\le 1$ 即可，解得 $\frac{1}{2}\le a<1$；

当 $a>1$ 时，$f(x)=2+\log_a x$ 单调递增，$f(x)$ 的值域为 $(2+\log_a 2,+\infty)$，此时不成立。

综上，$\frac{1}{2}\le a<1$

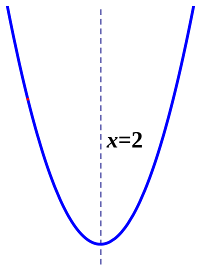
思路 2.画分段函数的图象，注意：第二段依然要对 a 进行分类讨论



观察图象，可知$\begin{cases}0<a<1\\2+\log_a 2\le 1\end{cases}$，解得$\dfrac{1}{2}\le a<1$

例 4. 已知函数 $f(x)=x^2-4x+a+3$，$a\in\mathbf{R}$.求函数 $f(x)$ 在$[a,a+2]$上的最小值.

解：二次函数 $f(x)$ 开口向上，对称轴为$x=2$，在$(-\infty,2)$ 上单调递减，在$(2,+\infty)$ 单调递增，其在 R 上图象如图所示：



当$a+2\le 2$,即$a\le 0$时，$f(x)$ 在$[a,a+2]$上单调递减，从而 $f(x)_{\min}=f(a+2)=a^2+a-1$；

当 $a<2<a+2$,即$0<a<2$ 时，$f(x)$ 在$[a,2]$上单调递减，在$(2,a+2]$单调递增，从而 $f(x)_{\min}=f(2)=a-1$;

当 $a\ge 2$ 时，$f(x)$ 在$[a,a+2]$上单调递增，从而 $f(x)_{\min}=f(a)=a^2-3a+3$.