

指数函数与对数函数突破要点——拓展题

1. (2019 大兴期末理 14)

$$\text{设函数 } f(x) = \begin{cases} 2^{x-a}, & x \leq a, \\ f(2a-x), & x > a. \end{cases}$$

①若 $a=0$ ，则 $f(x)$ 的最大值为_____；

②若函数 $y=f(x)-b$ 有两个零点，则 b 的取值范围是_____.

【分析】本题考查指数函数性质以及函数图象平移变换和对称性。

在分界线 $x=a$ 的左侧， $f(x)$ 的图象是平移后的一部分，右侧图象和左侧图象关于分界线对称。画出函数图象，观察即可得出答案。

【参考答案】1；(0,1)

2. (2019 海淀二模文理 14) 已知集合 $A_0 = \{x | 0 < x < 1\}$. 给定一个函数 $y = f(x)$ ，定义集合

$A_n = \{y | y = f(x), x \in A_{n-1}\}$ ，若 $A_n \cap A_{n-1} = \emptyset$ 对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 成立，则称函数 $y = f(x)$ 具有性质“P”.

(I) 具有性质“P”的一个一次函数的解析式可以是_____；

(II) 给出下列函数：① $y = \frac{1}{x}$ ；② $y = x^2 + 1$ ；③ $y = 2^x$ ；④ $y = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 2$ ，其

中具有性质“P”的函数的序号是_____. (写出所有正确答案的序号)

【分析】本题是创新类问题，理解题目所给的抽象定义，验证构造出来的一次函数和题目所给的具体函数是否满足抽象定义即可。

【参考答案】 $y = x + 1$ (答案不唯一)，① ② ③