

幂函数的图像和性质

一、【教学内容】

幂函数的定义、五种幂函数的图像和性质，典例分析，五种幂函数的图像的比较以及性质归纳。

二、【学习目标】

- 1. 通过基础知识填空，回忆幂函数的概念、五种幂函数的图像、性质。
- 2. 在画函数图像和填写幂函数的定义、定义域、值域、单调性、奇偶性过程之中，加深对研究函数的一般方法的掌握。
- 3. 在整个研究幂函数的过程之中，体会函数思想，培养数学抽象、逻辑推理、直观想象、数学运算的核心素养，感受数学的魅力。

三、【教学过程】

（一）知识回顾

- 1. 幂函数：一般地, 形如_____ (_____) 的函数称为幂函数, 其中__为常数.
- 2. 五种幂函数的图象及性质:

解析式	$y = x$	$y = x^2$	$y = x^3$	$y = x^{-1}$	$y = x^{\frac{1}{2}}$
图像					
定义域					
值域					
单调性					
奇偶性					
定点					

(二) 典例分析

[例 1] 下列函数：① $y=x^3$ ；② $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ；③ $y=4x^2$ ；④ $y=x^5+1$ ；⑤ $y=(x-1)^2$ ；⑥ $y=x$ ；⑦ y

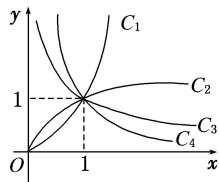
$=a^x(a>1)$ 。其中幂函数的个数为()

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

[类题通法]

[例 2] 如图，图中曲线是幂函数 $y=x^a$ 在第一象限的大致图象，已知 a 取 $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$ 四个值，

则相应于曲线 C_1, C_2, C_3, C_4 的 a 的值依次为()



- A. $-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2$
B. $2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2$
C. $-\frac{1}{2}, -2, 2, \frac{1}{2}$
D. $2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}$

[类题通法]

[例 3] 比较下列各组数中两个数的大小：

(1) $\left(\frac{2}{5}\right)^{0.5}$ 与 $\left(\frac{1}{3}\right)^{0.5}$ ；

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}$ 与 $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-1}$ ；

[类题通法]

[例 4] 在同一个平面直角坐标系中画出 $y = x, y = x^2, y = x^3, y = x^{-1}, y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象。

性质归纳：

(1) 所有的幂函数在区间 $(0, +\infty)$ 上都有定义，都过点 $(1, 1)$ ；幂函数的图象一定会出现在第一象限内，一定不会出现在第四象限，至于是否出现在第二、三象限内，要看函数的奇偶性；幂函数的图象最多只能同时出现在两个象限内；如果幂函数图象与坐标轴相交，则交点一定是原点。

(2) $\alpha > 0$ 时，幂函数在区间 $[0, +\infty)$ 上是增函数。

特别地，当 $\alpha > 1$ 时，幂函数的图象下凸；当 $0 < \alpha < 1$ 时，幂函数的图象上凸。

(3) $\alpha < 0$ 时，幂函数的图象在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数，不与 x 轴相交，在第一象限内，当 x 从右边趋向原点时，图象在 y 轴右方无限地逼近 y 轴正半轴；当 x 趋于 $+\infty$ 时，图象在 x 轴上方无限地逼近 x 轴正半轴。

(三) 小结：