函数新定义拓展提升作业答案

1．设函数的定义域为**R**，如果存在函数，使得对于一切实数都成立，那么称为函数的一个承托函数.已知函数的图象经过点.

（Ⅰ）若，．写出函数的一个承托函数（结论不要求注明）；

（Ⅱ）判断是否存在常数，使得为函数的一个承托函数，且为函数的一个承托函数？若存在，求出的值；若不存在，说明理由．

**解：**（Ⅰ）答案不唯一，如函数，等.

（Ⅱ）因为函数的图象经过点，

所以.

因为为函数一个承托函数，且为函数的一个承托函数，

所以对恒成立.

所以，即 .

由，得 ，.

所以.

由对恒成立，得对恒成立.

当时，得对恒成立，显然不正确；

当时，由题意，得 即，

所以.

代入，得，

化简，得对恒成立，符合题意.

所以，，.

2. （2019朝阳期末）如果函数在定义域的某个区间上的值域恰为，则称函数为上的等域函数，称为函数的一个等域区间.

（Ⅰ）已知函数，其中且.

（i）当时，若函数是上的等域函数，求的解析式；

（ii）证明：当，时，函数不存在等域区间；

（Ⅱ）判断函数是否存在等域区间？若存在，写出该函数的一个等域  
区间；若不存在，请说明理由.

解：（I）（i）时，

当时，函数是增函数，

则即解得符合题意.此时 

当时，函数是减函数，则即

解得不符合题意.

综上，

（ii）证明：假设是函数的一个等域区间.

由，则，因为，所以函数是减函数，

所以即

两式相减得：.

整理得，.

因为，所以，而，

所以，

与矛盾.假设不成立.

所以函数不存在等域区间.

（Ⅱ）是等域函数.

是该函数的一个等域区间.

这是因为在单调递减，且，

所以当定义域为时，值域也是.

所以是函数的一个等域区间.