函数新定义题型学习指南

**学习目标**

了解“新定义”题型的考察方式，通过典型例题的学习，归纳、探索、发现“新定义”解题方法。

**学法指导**

“新定义”题型是指在题目中定义了教科书中没有学过的一些新概念、新运算、新符号，是高考中的常见题型。“新定义”题型一般会用抽象简洁的语言给出一个新的定义，要求能正确理解定义的含义，并快速应用定义解决有关问题，对数学抽象、数学运算、数学建模、逻辑推理等素养要求较高。

**学习任务单**

**1.定义一个新运算**

例1（2020东城期末）对于集合，定义函数

对于两个集合，定义运算．

（1）若，，写出与的值，并求出；

（2）证明：；

（3）证明：\*运算具有交换律和结合律，即，.

解：（1），，.

（2）①当且时，.

所以.所以.

所以.

②当且时，.

所以.所以.

所以.

③当且时,.

所以.所以.

所以.

④当且时,.

所以.所以.

所以.

综上，.

（3）因为，

，

所以.

因为，

，

所以.

反思提升:本题定义了一个新的运算，出现了课本中没有的概念和运算符号，并相应给出了新运算的运算法则。解题的关键是充分利用第一问中给出的具体集合，理解新运算的运算法则，并快速迁移，从具体到抽象，进一步理解新运算的本质。

**2.引入一个新定义**

例2定义：对于函数，若在定义域内存在实数，满足，则称为“局部奇函数”．

（Ⅰ）已知二次函数，试判断是否为定义域上的“局部奇函数”？若是，求出满足的的值；若不是，请说明理由；

（Ⅱ）若是定义在区间上的“局部奇函数”，求实数的取值范围.

解：（Ⅰ）当，

方程即，有解

所以为“局部奇函数”

（Ⅱ）当时，可化为

因为的定义域为，

所以方程在上有解.

令，则，设，

则在上为减函数，在上为增函数，

所以当时，，

所以，即.

反思提升:本题引入了一个“新的概念”，目的是考察学生理解能力和知识的迁移能力。关键是理解“局部奇函数”与“奇函数”的本质区别。要求我们在审题过程中提取关键信息“存在”，然后转化为熟悉的方程有解的问题。

**方法与提升**

新定义题型解题步骤：

1.审题——对新定义进行信息提取

2.加工——明确新定义的概念、运算、法则、性质的内涵

3.转化——如果是新定义的运算、法则，直接按照运算法则计算；如果是新定义的性质，一般要判断性质的适用性，也可用特值排除等方法。

波利亚在《怎样解题》的书中强调过“把解题认为是纯粹的智力活动是错误的。决心和情绪也起了重要的作用，要解决一个重大的科学问题，只有靠毅力才能坚持长年累月的艰苦工作，忍受痛苦的挫折”。新定义题型题意创新，构思新颖，对我们的阅读能力，类比及信息迁移能力要求较高。但这类问题的基础知识和基本方法，我们在平时的学习中都有迹可循，只要你基础知识扎实，客服自己的畏惧心理，加强训练，我们一定能找到解决问题的方法。

方法总结

新定义题的难点是理解题意、信息的迁移能力。

新定义一般都是用抽象简洁的语言给出，我们可以借助一个具体的“数”“函数”“集合”来帮助理解新定义的本质。

理解新定义后，要快速应用它解决有关问题，并用抽象的数学符号语言表示，这是另一；个难点。