函数不等式综合拓展提升作业

1. $a\in \left(-\infty ,-1\right)∪\left(0,1\right)$

【解析】$x^{2}-\left(a+\frac{1}{a}\right)x+1<0⇔\left(x-a\right)\left(x-\frac{1}{a}\right)<0$．

 因为该集合为非空集合，所以 $a<\frac{1}{a}$．

即① $\left\{\begin{matrix}a>0,\\a^{2}<1,\end{matrix}\right.$ 或② $\left\{\begin{matrix}a<0,\\a^{2}>1.\end{matrix}\right.$

解①得 $0<a<1$；解②得 $a<-1$．

综合①②得 $a<-1$，或 $0<a<1$．

2. $-\frac{1}{4}$

【解析】$f\left(x\right)=\frac{1}{2}log\_{2}x⋅2log\_{2}2x=log\_{2}x⋅\left(1+log\_{2}x\right).$

令 $t=log\_{2}x\in R$，则 $y=t\left(1+t\right)=\left(t+\frac{1}{2}\right)^{2}-\frac{1}{4}$，

从而当 $t=-\frac{1}{2}$ 时，$f\left(x\right)$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$．

3. ①③④

4.设为实数，函数．

（Ⅰ）当时，求在区间上的值域；

（Ⅱ）设函数，为在区间上的最大值，求的最小值.

解: （Ⅰ）当时，. 二次函数图象的对称轴为，开口向上.

所以在区间上，当时，的最小值为. ………………1分

当或时，的最大值为. ………………2分

所以在区间上的值域为. ………………3分

（Ⅱ）注意到的零点是和，且抛物线开口向上.

当时，在区间上，

的最大值. ………………4分

当时，需比较与的大小，

，

所以，当时，；

当时，.

所以，当时，的最大值.………5分

当时，的最大值. ………………6分

当时，的最大值. ………………7分

当时，的最大值. ………………8分

所以，的最大值 ………………9分

所以，当时，的最小值为. ………………10分

5. 已知函数．

（Ⅰ）若的定义域和值域均是，求实数的值。

（Ⅱ）若在区间上是减函数，且对任意的，，总有，求实数的取值范围。

（Ⅲ）若在上有零点，求实数的取值范围。

解：

（Ⅰ）因为，

所以在上是减函数， ……………1分

所以， 所以， ……………2分

解得． ……………3分

（Ⅱ）因为在区间上是减函数，所以． ……………4分

因为对任意的，，总有，

所以，当且只当：当在上时，．…5分

*f* (*x*)在上单调递减，在上单调递增，

故，． ……………6分

所以，需且只需：，

解得． ……………7分

综上，实数的取值范围为． ……………8分

（Ⅲ）因为（）在上有零点，

以下分三种情况讨论：

① 当在上有一个二阶零点时

△=0，，此时，所以符合题意．9分

② 当在上有二个不相等零点时

解得 ……………………10分

③ 当在上有且仅有一个一阶零点时

或或，解得． ………12分

综上，． ……………………13分