

## 函数不等式综合作业答案

1. D 【解析】 $\because f(x) < 0$  的解集为  $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$ ,  $\therefore f(x) > 0$  的解集为  $\{x | -1 < x < \frac{1}{2}\}$ .

由  $f(10^x) > 0$  可得  $-1 < 10^x < \frac{1}{2}$ . 又  $\because 10^x > 0$ ,  $\therefore x < \lg \frac{1}{2} = -\lg 2$ .  $\therefore$  不等式  $f(10^x) > 0$  的解集为  $\{x | x < -\lg 2\}$ .

2. B 【解析】因为  $x^2 + mx + 1 > 0$  的解集为  $\mathbf{R} \Rightarrow \Delta = m^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < m < 2 \Rightarrow m < 2$ , , 所以“ $m < 2$ ”是“一元二次不等式  $x^2 + mx + 1 > 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ ”的必要不充分条件.

3. D 【解析】原不等式可化为  $(x-1)(x-a) < 0$ , 当  $a > 1$  时, 解得  $1 < x < a$ , 此时解集中的整数应为 2, 3, 4, 则  $4 < a \leq 5$ ; 当  $a < 1$  时, 解得  $a < x < 1$ , 则  $-3 \leq a < -2$ ; 当  $a = 1$  时, 不等式的解集为  $\emptyset$ , 不符合题意. 故  $a \in [-3, -2) \cup (4, 5]$ .

4. D

5. B

【解析】对于  $\forall x \in \mathbf{R}$ ,  $ax^2 + ax + 1 > 0$ ,

则必有  $\begin{cases} a > 0, \\ \Delta = a^2 - 4a < 0 \end{cases}$  或  $a = 0$ ,

所以  $0 \leq a < 4$ .

6. A 【解析】因为  $A = \left\{x \mid \log_{\frac{1}{2}} x \geq \frac{1}{2}\right\} = \left\{x \mid \log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}$

$= \left\{x \mid 0 < x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ ,

所以  $\complement_{\mathbf{R}} A = \left\{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x > \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ .

7. C 【解析】由  $x^2 + ax + 1 \geq 0$  得  $a \geq -\left(x + \frac{1}{x}\right)$  在  $\left(0, \frac{1}{2}\right]$  上恒成立,

令  $g(x) = -\left(x + \frac{1}{x}\right)$ , 则知  $g(x)$  在  $\left(0, \frac{1}{2}\right]$  为增函数,

所以  $g(x)_{\max} = g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$ ,

所以  $a \geq -\frac{5}{2}$ .

8. C 【解析】因为  $y = x^2 - ax + 1$  是开口向上的二次函数, 从而有最小值  $\frac{4-a^2}{4}$ , 故要使函数  $y =$

$\log_a(x^2 - ax + 1)$  有最小值, 则  $a > 1$ , 且  $\frac{4-a^2}{4} > 0$ , 得  $1 < a < 2$ .

9. D 【解析】由已知得函数  $f(x) = ax^2 + 2x + b > 0$  的图象与  $x$  轴只有一个公共点, 且  $a > 0$ , 所以  $2^2 - 4ab = 0$ , 即  $ab = 1$ , 所以  $\frac{a^2+b^2}{a-b} = \frac{(a-b)^2+2ab}{a-b} = (a-b) + \frac{2}{a-b} \geq 2\sqrt{2}$ .

10. A 【解析】当  $A \neq \emptyset$  时, 设  $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$ , 则  $\begin{cases} \Delta = 4a^2 - 4(a+2) \geq 0, \\ 1 \leq a \leq 4, \\ f(1) = 1 - 2a + a + 2 \geq 0, \\ 16 - 8a + a + 2 \geq 0, \end{cases}$  解得  $2 \leq$

$a \leq \frac{18}{7}$ . 当  $A = \emptyset$  时,  $\Delta = 4a^2 - 4(a+2) < 0$ , 解得  $-1 < a < 2$ . 综上, 实数  $a$  的取值范围是

$\left(-1, \frac{18}{7}\right]$ .