

高一年级数学第 14 课时三角函数的图象与性质精讲拓展提升答案

1. 【答案】 $\left(-\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{13\pi}{6}, 8\right]$

【解析】要函数有意义，则 $\begin{cases} 64 - x^2 \geq 0 \\ 2\sin x - 1 > 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x^2 \leq 64 \\ \sin x > \frac{1}{2} \end{cases}$

解得 $\begin{cases} -8 \leq x \leq 8 \\ \frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z} \end{cases}$ 取交集得 $x \in \left(-\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{13\pi}{6}, 8\right]$,

所以函数的定义域为 $\left(-\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{13\pi}{6}, 8\right]$.

2. 【答案】 $2 - \sqrt{3}$.

【解析】 $\because 0 \leq x \leq 9, \therefore 0 \leq \frac{\pi x}{6} \leq \frac{3\pi}{2}, \therefore -\frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi x}{6} - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}$,

$\therefore \sin\left(\frac{\pi x}{6} - \frac{\pi}{3}\right) \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$, 即 $2\sin\left(\frac{\pi x}{6} - \frac{\pi}{3}\right) \in [-\sqrt{3}, 2]$,

故函数 $f(x)$ 的最大值与最小值之和为 $2 - \sqrt{3}$.

3. 【答案】 0.

【解析】因为函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ 是奇函数，所以 $\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ，故 $\cos \varphi = 0$.

4. 【答案】 $\frac{3}{2}$.

【解析】因为 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 过原点，

所以当 $0 \leq \omega x \leq \frac{\pi}{2}$ ，即 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2\omega}$ 时， $y = \sin \omega x$ 是增函数；

当 $\frac{\pi}{2} \leq \omega x \leq \frac{3\pi}{2}$ ，即 $\frac{\pi}{2\omega} \leq x \leq \frac{3\pi}{2\omega}$ 时， $y = \sin \omega x$ 是减函数.

由 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减知，

$\frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{3}$ ，所以 $\omega = \frac{3}{2}$.

5. 【解析】(I) 由 $\cos x \neq 0$ 得， $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbf{Z})$,

所以 $f(x)$ 的定义域为 $\{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$2 分

因为 $f(x) = 2\left(\frac{\sin x}{\cos x} + 1\right) \cdot \cos^2 x - 1$

$$= 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - 1$$

$$= \sin 2x + \cos 2x \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right). \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$. \dots\dots\dots 8 分

(II) 由 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, \dots\dots\dots 10 分

可得 $\frac{\pi}{8} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{8} + k\pi$, \dots\dots\dots 11 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[\frac{\pi}{8} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{5\pi}{8} + k\pi\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$). \dots\dots\dots 13 分