高一年级数学第 13 课时《诱导公式》精讲学习指南

学习目标：

1. 能熟练运用诱导公式求值化简；
2. 体会利用圆的对称性研究三角函数的对称性；
3. 能结合三角函数其它知识灵活运用诱导公式；
4. 从中体会特殊到一般、未知到已知、复杂到简单的转化过程；
5. 培养逻辑推理、数学运算能力.

学法指导：

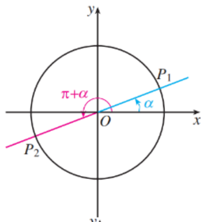
诱导公式是三角变换的工具，要求在理解的基础上熟记公式，能利用诱导公式进行三角函数的化简与求值，体会利用圆的对称性研究三角函数的对称性，同时加强转化与化归思想的应用意识.

学习任务单：

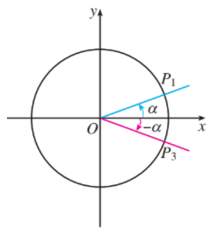
一、复习内容回顾

1. 诱导公式（利用圆的对称性和旋转不变性）：

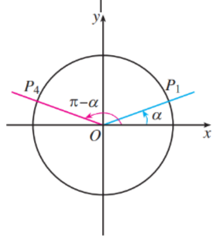
$$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$$
$$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$$



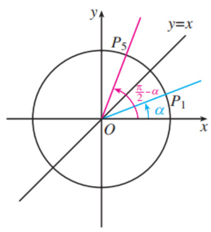
$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$$



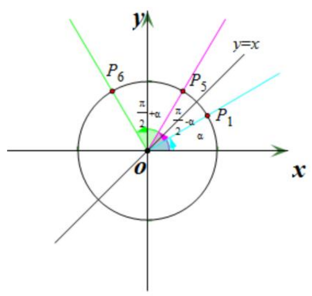
$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$
$$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$$



$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$$



$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$$



2. 公式的记忆方法：诱导公式可统一为 $\frac{k\pi}{2}\pm\alpha(k\in\mathbf{Z})$ 的三角函数与 α 的三角函数之间的关系：奇变偶不变，符号看象限. 变与不变是指三角函数名称；符号是指把 α 看成锐角时原三角函数值的符号.

3. 知识辨析：

（1）诱导公式中的角 α 一定是锐角.（　　）

（2）口诀“符号看象限”指的是把角 α 看成锐角时变换后的三角函数值符号.（　　）

（3）$\cos\left[-(\alpha-\beta)\right]=-\cos(\alpha-\beta)$.（　　）

（4）在 ΔABC 中，$\sin(A+B)=\sin C$.（　　）

（5）在 ΔABC 中，$\cos\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$.（　　）

（6）$\sin(\frac{k\pi}{2}-\alpha)=\pm\cos\alpha(k\in\mathbf{Z})$.（　　）

二、典型例题

(一)利用诱导公式解决对称问题：

例 1（1）在单位圆中，角 α 与 β 均以 ox 轴为始边，它们的终边关于 x 轴对称，已知角 β 的终边与单位圆的交点为 $P(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$，求 $\frac{\sin(\pi+\alpha)\tan(\pi-\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}$ 的值.

（2）函数 $f\left(x\right)=\sin x\cos(\frac{\pi}{2}+x)+\cos(\pi-x)\sin(\frac{3\pi}{2}+x)$（　　）

A．关于原点对称

B．关于 y 轴对称

C．既关于原点对称又关于 y 轴对称

D．既不关于原点对称也不关于 y 轴对称

(二)利用诱导公式解决条件求值问题：

例 2（1）已知 $\cos(\frac{\pi}{6}-\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求 $\cos(\frac{5\pi}{6}+\alpha)-\sin^2(\alpha-\frac{\pi}{6})$ 的值.

（2）已知 $\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，求 $\cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)-\sin(\frac{3\pi}{4}+\alpha)+\cos^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)$ 的值.

（三）利用诱导公式解化简、证明三角函数式：

例 3 利用诱导公式化简证明三角恒等式

（1）求证：$\dfrac{\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})\cos(-2\pi+\alpha)\tan(2\pi-\alpha)}{\sin(\alpha+\frac{5\pi}{2})\cos(\alpha+\frac{3\pi}{2})}=1$

（2）化简，其中 $n\in\mathbf{Z}$：$\sin(\frac{n\pi}{2}+\alpha)$

（四）诱导公式与其它知识结合

例 4 在△ABC 中，若 $\sin(2\pi-A)=-\sqrt{2}\sin(\pi-B)$，$\sqrt{3}\cos A=-\sqrt{2}\cos(\pi-B)$，求三角形三个内角.

三、小结与反思

1．公式记忆；

2. 灵活运用公式；

3.利用圆的对称性来研究三角函数的对称性；

4. 转化与化归思想的应用.