高一年级数学第 12 课时学习指南

5.2.1 三角函数的概念

复习任务单

【学习目标】

1、 能够理解并叙述三角函数（正弦、余弦、正切）的定义，能够将三角函数定义进行推广，并会用三角函数定义求已知角的终边上一点的角的三角函数值;能够判断三角函数值的符号;

2、 利用三角函数的定义得出诱导公式一，会求任意角的三角函数值;

3、 经历三角函数定义以及推广的探索过程，培养数学抽象、几何直观核心素养.

【学法指导】

1、 先仔细阅读教材 P177—P1182；再思考知识梳理所提问题，有针对性的二次阅读教材，构建知识体系，画出知识关系网；

2、 限时 15 分钟独立、规范完成问题清单部分，并总结规律方法

【问题清单】

问题 1 ：回顾三角函数的定义，你能得到三角函数的值域吗？

问题 2：在推广的三角函数定义中，三角函数的值域是否改变？为什么？

【典型问题】

1、三角函数的定义

例 1. 已知角 α 的终边经过点 $P(-3,-4)$，求角 α 的正弦、余弦和正切值。

【解析】 $r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

由三角函数第二定义知 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}=-\dfrac{4}{5}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}=-\dfrac{3}{5}$，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}=\dfrac{4}{3}$.

思考. 若将点 $P(-3,-4)$ 改为 $P(-3a,-4a)$ $(a\neq 0)$，如何求角 α 的正弦、余弦和正切值呢？

【解析】$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-3a)^2+(-4a)^2}=5|a|$

（1）当 $a>0$ 时，$r=5a$，由定义知，$\sin\alpha=\frac{y}{r}=-\frac{4a}{5a}=-\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}=-\frac{3a}{5a}=-\frac{3}{5}$，，

$$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{-4a}{-3a}=\frac{4}{3}.$$

（2）当 $a<0$ 时，$r=-5a$，由定义知，$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{-4a}{-5a}=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{-3a}{-5a}=\frac{3}{5}$，

$$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{-4a}{-3a}=\frac{4}{3}.$$

解题方法：(1)已知角 α，求 α 的三角函数值，要注意找到角的终边与单位的交点，在直角三角形中求边长，进而得到交点坐标即三角函数值. (2)已知角 α 终边上点的坐标，求 α 的三角函数值，要先求半径 $r(r>0)$，再利用定义求值；若坐标含参，注意参数的讨论.

练习 1. 若角 600^0 的终边上有一点 $(-4,a)$，则 a 的值为（　　）

A. $4\sqrt{3}$　　　B. $-4\sqrt{3}$　　　C. $\pm 4\sqrt{3}$　　　D. $\sqrt{3}$

【解析】$\because r=\sqrt{16+a^2}$，$\cos 600^0=-\frac{1}{2}=\frac{-4}{\sqrt{16+a^2}}$，$\therefore a^2=48$　$\therefore a=\pm 4\sqrt{3}$，

$\because$ 终边落在第三象限，$\therefore a=-4\sqrt{3}$

另法：$\tan 600^0=\tan(720^0-120^0)=\tan(-120^0)=\sqrt{3}=\frac{y}{x}=\frac{a}{-4}$，$\therefore a=-4\sqrt{3}$

注意：实际上就是角---角的终边上任意一点或角的终边与单位圆交点---点坐标---三角函数值四者之间的转化

例 2. 已知 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，求角 α 的值.

【解析】由三角函数的定义可知 $\sin\alpha=y=\frac{1}{2}$，在单位圆中找到纵坐标为 $\frac{1}{2}$ 的点，即在单位圆中画一条 $y=\frac{1}{2}$ 的直线，连接原点和该直线与单位圆的交点，进而找到 α 的终边，在 $0-2\pi$ 中对应的是 $\frac{\pi}{6}$ 和 $\frac{5\pi}{6}$，由终边相同的角所对应的三角函数值相等可知

$\alpha = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 或 $\alpha = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$（$k \in Z$）

练习 2. 已知 $\cos\alpha = \frac{1}{2}$，求角 α 的值.

【解析】$\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ 或 $\alpha = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$（$k \in Z$）

练习 3. 求函数 $y = \sqrt{\cos x - \frac{1}{2}}$ 的定义域.

【解析】$\because \cos x \geq \frac{1}{2}, \therefore -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ $\therefore$ 函数的定义域为

$\{x \mid -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z\}$