三角函数的最值课后作业答案解析

1. 解：（Ⅰ） $f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$． --------------------------5 分

（Ⅱ） $g(x)=f(x)f(-x)=(\sin x+\cos x)[\sin(-x)+\cos(-x)]$

$=(\sin x+\cos x)(-\sin x+\cos x)$

$=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$

$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$， $g(x)$ 的最小正周期为 π．

$\therefore -1\le\cos 2x\le 1$，

因此，函数 $g(x)$ 的最大值是 1． --13 分

2. 解：(1) $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，所以 $f(x)$ 的周期 $T=\pi$

单调增区间：$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}],k\in Z$

(2) $0\le x\le\frac{5\pi}{12}\Rightarrow-\frac{\pi}{6}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le\frac{2\pi}{3}$ 当$x=0,f(x)_{\min}=-\frac{1}{2};x=\frac{\pi}{3},f(x)_{\max}=1$

3. 解：（Ⅰ） $f(x)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\sin^2 x$

$=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}(1-\cos 2x)$ ………………… 4 分

$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}$， ………………… 6 分

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$． ………………… 8 分

（Ⅱ）因为 $-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{12}$，所以 $-\frac{\pi}{3}\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{7\pi}{6}$． ………………… 9 分

所以当 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{12}$ 时，$f(x)$ 取得最大值 $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

当 $2x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}$，即 $x=-\frac{\pi}{3}$ 时，$f(x)$ 取得最小值 $-\sqrt{3}$． ………………… 13 分

4. 解：（Ⅰ） $f(0)=\frac{\sqrt{3}\cdot\sin 0+\cos 0+1}{2\cos 0}=\frac{1+1}{2}=1$ ……………2 分

（Ⅱ） 由 $\cos x\neq 0$　得 $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$

所以 函数的定义域是 $\left\{x\middle|x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$ ……………5 分

（III） $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}\cdot 2\cdot\sin x\cdot\cos x+2\cdot\cos^2 x-1+1}{2\cdot\cos x}$ ……………9 分

$=\dfrac{2\cdot\cos x\left(\sqrt{3}\cdot\sin x+\cos x\right)}{2\cdot\cos x}$

$=\sqrt{3}\cdot\sin x+\cos x$

$=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ ……………11 分

$\because x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 即 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore\dfrac{\pi}{6}<x+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{2\pi}{3}$ $\therefore\dfrac{1}{2}<\sin(x+\dfrac{\pi}{6})\le 1$

$\therefore 1<2\sin(x+\dfrac{\pi}{6})\le 2$

所以 函数 $f(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 上的取值范围为 $(1,2]$ ……………14 分