

【课时作业答案及解析】

1. 为得到 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 可将 $y = \cos x$ 图象上所有点 ()

- A. 先向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将所得点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变
- B. 先向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 再将所得点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变
- C. 先向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将所得点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变
- D. 先向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 再将所得点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变

【答案】A

【详解】

依题意, $y = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, 则将 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 图像上所有点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 再将所得点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变可得 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 即 A 正确.

2. 把函数 $y = \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\theta (\theta > 0)$ 个单位, 所得的图象关于 y 轴对称, 则 θ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{\pi}{3}$
- C. $\frac{2\pi}{3}$
- D. $\frac{4\pi}{3}$

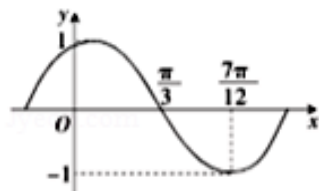
【答案】B

【解析】根据图象平移的“左加右减”原则, 函数 $y = \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\theta (\theta > 0)$ 个单位得到 $y = \cos\left(x + \frac{4\pi}{3} - \theta\right)$, 因为图象关于原点对称, 所以 $\frac{4\pi}{3} - \theta = k\pi$, 所以 θ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$. 选 B

3. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分

图象如图, 则 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
- B. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
- C. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$
- D. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$



【分析】根据函数的部分图象求出 A 、 T 、 ω 和 φ 的值，写出 $f(x)$ 的解析式，再计算 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值.

【解答】根据函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象知,

$$A=1, \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{4}, \quad \text{解得 } \omega = 2;$$

$$\text{由五点法画图知, } \omega \times \frac{\pi}{3} + \varphi = \frac{2\pi}{3} + \varphi = \pi, \quad \text{解得 } \varphi = \frac{\pi}{3};$$

$$\therefore f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}),$$

$$\therefore f(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}. \quad \text{故选: } B$$

4. 已知函数 $f(x) = \sin(2\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 π ,

且在 $x = \frac{\pi}{3}$ 时取得最大值, 若 $f(\alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值为()

A. $\frac{7}{9}$

B. $-\frac{7}{9}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

【分析】直接利用正弦型函数的性质的应用求出函数的关系式, 进一步利用二倍角的公式求出结果.

【解答】解: 函数 $f(x) = \sin(2\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 π , 解得 $\omega = \frac{1}{2}$.

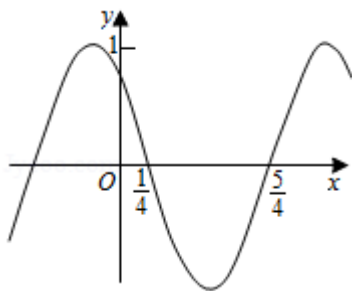
所以 $f(x) = \sin(x + \varphi)$, 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 时取得最大值, 即 $\frac{\pi}{3} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$), 由于 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$,

所以 $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

由于 $f(\alpha) = \frac{1}{3}$, 所以 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 所以 $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{3}) = 1 - 2\sin^2(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{7}{9}$.

故选: A.

5. 函数 $f(x) = \cos(\omega x + \phi)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的单调递减区间为 ()



A. $(k\pi - \frac{1}{4}, k\pi + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$

B. $(2k\pi - \frac{1}{4}, 2k\pi + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$

C. $(k - \frac{1}{4}, k + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$

D. $(2k - \frac{1}{4}, 2k + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$

【分析】由周期求出 ω , 由五点法作图求出 ϕ , 可得 $f(x)$ 的解析式, 再根据余弦函数的单调性, 求得 $f(x)$ 的减区间.

【解答】解: 由函数 $f(x) = \cos(\omega x + \phi)$ 的部分图象, 可得函数的周期为 $\frac{2\pi}{\omega} = 2(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}) = 2$,

$$\therefore \omega = \pi, \quad f(x) = \cos(\pi x + \phi).$$

再根据函数的图象以及五点法作图, 可得 $\frac{\pi}{4} + \phi = \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 即 $\phi = \frac{\pi}{4}, f(x) = \cos(\pi x + \frac{\pi}{4})$.

由 $2k\pi \leq \pi x + \frac{\pi}{4} \leq 2k\pi + \pi$, 求得 $2k - \frac{1}{4} \leq x \leq 2k + \frac{3}{4}$, 故 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(2k - \frac{1}{4}, 2k + \frac{3}{4}),$

$$k \in \mathbf{Z},$$

故选: D.

6. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \phi)(A > 0, \omega > 0, |\phi| < \pi)$ 是奇函数, 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 所得图象对应的函数为 $g(x)$. 若 $g(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$, 则 $f(\frac{3\pi}{8}) = ()$

A. -2

B. $-\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. 2

【分析】根据条件求出 ϕ 和 ω 的值, 结合函数变换关系求出 $g(x)$ 的解析式, 结合条件求出 A 的值, 利用代入法进行求解即可.

【解答】解: $\because f(x)$ 是奇函数, $\therefore \phi = 0$,

$\because f(x)$ 的最小正周期为 π , $\therefore \omega = 2$,

则 $f(x) = A\sin 2x$, 将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 所得图象对应的函数为 $g(x)$. 则 $g(x) = A\sin x$,

若 $g(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ ，则 $g(\frac{\pi}{4}) = A \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} A = \sqrt{2}$ ，即 $A = 2$ ，

则 $f(x) = A \sin 2x$ ，则 $f(\frac{3\pi}{8}) = 2 \sin(2 \times \frac{3\pi}{8}) = 2 \sin \frac{3\pi}{4} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ ，

故选：C。

7. 将函数 $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向右平移 $m(m > 0)$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的

图像，若 $g(x)$ 为奇函数，则 m 的最小值为（ ）

- A. $\frac{\pi}{9}$ B. $\frac{2\pi}{9}$ C. $\frac{\pi}{18}$ D. $\frac{\pi}{24}$

【答案】C

【详解】

由题意知 $g(x) = \sin(3x - 3m + \frac{\pi}{6})$ ，因为 $g(x)$ 是奇函数，所以 $-3m + \frac{\pi}{6} = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 。解得

$m = \frac{\pi}{18} - \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$ ，因为 $m > 0$ ，所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{18}$ 。

故选：C。

8. 已知 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \cos(\omega x + \varphi)$ $\left(\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ ， $f(0) = 0$ ，且函数 $f(x)$ 的

图像上的任意两条对称轴之间的距离的最小值是 $\frac{\pi}{2}$ 。

(1) 求 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 的值：

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位后，得到函数 $y = g(x)$ 的图像，求函数 $g(x)$

在 $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最值，并求取得最值时的 x 的值。

【答案】(1) 1；(2) $g(x)_{\max} = \sqrt{2}$ 此时 $x = \frac{5\pi}{12}$ ， $g(x)_{\min} = 0$ 此时 $x = \frac{\pi}{6}$

【详解】

(1) $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \cos(\omega x + \varphi) = \sqrt{2} \sin\left(\omega x + \varphi + \frac{\pi}{4}\right)$ ，故 $\frac{2\pi}{\omega} = 2 \times \frac{\pi}{2}$ ，

求得 $\omega = 2$ 。

再根据 $f(0) = \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) = 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ，可得 $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ ，

故 $f(x) = \sqrt{2} \sin 2x$, $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 1$.

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移个 $x = \frac{\pi}{6}$ 单位后,

得到函数 $y = g(x) = \sqrt{2} \sin 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象.

$\because x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$, $\therefore 2x - \frac{\pi}{3} \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$, 当 $2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ 时, 即 $x = \frac{5\pi}{12}$ 时,

$g(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 取得最大值为 $\sqrt{2}$;

当 $2x - \frac{\pi}{3} = 0$ 时, 即 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, $g(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 取得最小值为 0.