

《概率统计专题复习——超几何分布与二项分布的区别与联系》扩展提升任务

参考答案

1、解：（I）设  $M$  表示事件“乘客 A 乘车等待时间小于 20 分钟”， $N$  表示事件“乘客 B 乘车等待时间小于 20 分钟”， $C$  表示事件“乘客 A,B 乘车等待时间都小于 20 分钟”。

由题意知，乘客 A 乘车等待时间小于 20 分钟的频率为

$$(0.012+0.040+0.048)\times 5=0.5, \text{ 故 } P(M) \text{ 的估计值为 } 0.5.$$

乘客 B 乘车等待时间小于 20 分钟的频率为

$$(0.016+0.028+0.036)\times 5=0.4, \text{ 故 } P(N) \text{ 的估计值为 } 0.4.$$

$$\text{又 } P(C)=P(MN)=P(M)\cdot P(N)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}.$$

故事件  $C$  的概率为  $\frac{1}{5}$ . .....6 分

（II）由（I）可知，乙站乘客乘车等待时间小于 20 分钟的频率为 0.4，

所以乙站乘客乘车等待时间小于 20 分钟的概率为  $\frac{2}{5}$ .

显然， $X$  的可能取值为 0,1,2,3 且  $X\sim B(3,\frac{2}{5})$ .

$$\text{所以 } P(X=0)=C_3^0(\frac{3}{5})^3=\frac{27}{125}; P(X=1)=C_3^1\frac{2}{5}\cdot(\frac{3}{5})^2=\frac{54}{125};$$

$$P(X=2)=C_3^2(\frac{2}{5})^2\cdot\frac{3}{5}=\frac{36}{125}; P(X=3)=C_3^3(\frac{2}{5})^3=\frac{8}{125}.$$

故随机变量  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2	3
$P$	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

$$EX=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5} \text{ .....13 分}$$

2、解：（I）设  $A$  表示事件“从 2007 年至 2016 年随机选出 1 年，该年体育产业年增加值比前一年的体育产业年增加值多 500 亿元以上”。

由题意可知，2009 年，2011 年，2015 年，2016 年满足要求，

$$\text{故 } P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}. \text{ .....4 分}$$

（II）由题意可知， $X$  的所有可能取值为 0, 1, 2, 3, 且

$$P(X=0) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}; \quad P(X=1) = \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{1}{2};$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{10}; \quad P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}.$$

所以  $X$  的分布列为:

$X$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

故  $X$  的期望

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{1}{30} = \frac{6}{5}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

(III) 从 2008 年或 2009 年开始连续三年的体育产业年增长率方差最大.

从 2014 年开始连续三年的体育产业年增加值方差最大.  $\dots\dots\dots 13 \text{ 分}$

3、解: (I) 设“一次从纸箱中摸出两个小球, 恰好摸出 2 个红球”为事件  $A$ .

$$\text{则 } P(A) = \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{1}{2}.$$

(II)  $\xi$  可能取 0, 1, 2, 3, 4.

$$P(\xi=0) = C_4^0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(1-\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}, \quad P(\xi=1) = C_4^1 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(1-\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{64},$$

$$P(\xi=2) = C_4^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(1-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{128}, \quad P(\xi=3) = C_4^3 \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(1-\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{27}{64},$$

$$P(\xi=4) = C_4^4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(1-\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{81}{256}.$$

所以  $\xi$  的分布列为

$\xi$	0	1	2	3	4
$P$	$\frac{1}{256}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{27}{128}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{81}{256}$

(III) 75.

4、解: (I) 由  $(0.011+0.016+a+a+0.018+0.004+0.001) \times 10 = 1$ ,

得  $a = 0.025$ .  $\dots\dots 1 \text{ 分}$

从  $A$  市随机抽取一名使用智能手机的居民，该居民手机内安装“APP”的数量不低于 30 的概率估计为

$$P = (0.025 + 0.018 + 0.004 + 0.001) \times 10 = 0.48 . \dots\dots 3 \text{ 分}$$

(II) ①从  $A$  市随机抽取一名使用智能手机的居民，该居民手机内安装“APP”的数量在  $[20,40)$  的概率估计为  $P = (0.025 + 0.025) \times 10 = 0.5 . \dots\dots 1 \text{ 分}$

$X$  所有的可能取值为 0, 1, 2, 3, 则  $X \sim B(3, \frac{1}{2}) . \dots\dots 2 \text{ 分}$

$$P(X=0) = C_3^0 (\frac{1}{2})^0 (1-\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}, \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$P(X=1) = C_3^1 (\frac{1}{2})^1 (1-\frac{1}{2})^2 = \frac{3}{8}, \dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$P(X=2) = C_3^2 (\frac{1}{2})^2 (1-\frac{1}{2})^1 = \frac{3}{8}, \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$P(X=3) = C_3^3 (\frac{1}{2})^3 (1-\frac{1}{2})^0 = \frac{1}{8} . \dots\dots 6 \text{ 分}$$

所以  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

所以  $X$  的数学期望为

$$EX = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2} . \dots\dots 8 \text{ 分}$$

(或者  $EX = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} .$ )

②  $EY_1 > EY_2 . \dots\dots 10$