

超几何分布和二项分布辨析作业参考答案与试题解析

1. 【分析】(1) 利用二项分布计算甲恰好有 2 次发生的概率；

(2) 由每人被录用的概率值，求出随机变量 X 的概率分布，计算数学期望值.

【解答】解：(1) 甲恰好通过两个项目测试的概率为

$$C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}; \quad \dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 因为每人可被录用的概率为

$$C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } P(X=0) = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8},$$

$$P(X=1) = C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8},$$

$$P(X=2) = C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8},$$

$$P(X=3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8};$$

故随机变量 X 的概率分布表为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

..... (8 分)

所以，X 的数学期望为

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}. \quad \dots\dots (10 \text{ 分})$$

【点评】本题考查了离散型随机变量的分布列与数学期望问题，是基础题.

2. 【分析】(I) 设“至少 1 名倾向于选择实体店”为事件 A，则 $\bar{A}$ 表示事件“随机抽取 2 名，(其中男、女各一名)都选择网购”，则 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

(II) X 的取值为 0, 1, 2, 3. $P(X=k) = \frac{C_3^k C_7^{3-k}}{C_{10}^3}$, 即可得出.

【解答】解：(I) 设“至少 1 名倾向于选择实体店”为事件 A，

则 $\bar{A}$ 表示事件“随机抽取 2 名，(其中男、女各一名)都选择网购”，

$$\text{则 } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_5^1 \times C_5^1} = \frac{19}{25}.$$

(II) X 的取值为 0, 1, 2, 3. $P(X=k) = \frac{C_3^k C_7^{3-k}}{C_{10}^3},$

$$P(X=0) = \frac{7}{24}, P(X=1) = \frac{21}{40}, P(X=2) = \frac{7}{40}, P(X=3) = \frac{1}{120}.$$

X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

$$E(X) = 0 \times \frac{7}{24} + 1 \times \frac{21}{40} + 2 \times \frac{7}{40} + 3 \times \frac{1}{120} = \frac{9}{10}.$$

【点评】 本题考查了对立与互相独立事件概率计算公式、超几何分布列与数学期望、组合计算公式, 考查了推理能力与计算能力, 属于中档题.

3. **【分析】** (1) 记事件 A, 这 2 人健步走状况一致, 利用互斥事件概率计算公式能求出这两人健步走状况一致的概率.

(2) X 的可能取值为 0, 1, 2, 分别求出相应的概率, 由此能求出 X 的分布列和数学期望.

【解答】 解: (1) 记事件 A, 这 2 人健步走状况一致,

$$\text{则 } P(A) = \frac{C_3^2 + C_2^2}{C_6^2} = \frac{4}{15}.$$

(2) X 的可能取值为 0, 1, 2,

$$\text{所以 } P(X=0) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}, P(X=1) = \frac{C_4^1 C_2^1}{C_6^2} = \frac{8}{15}, P(X=2) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{15},$$

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$

$$\text{所以 } E(X) = 0 \times \frac{6}{15} + 1 \times \frac{8}{15} + 2 \times \frac{1}{15} = \frac{2}{3}.$$

【点评】 本题考查概率的求法, 考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法, 考查互斥事件概率计算公式、古典概型等基础知识, 考查运算求解能力, 考查函数与方程思想, 是中档题.

4. **【分析】** (1) 根据频率分布直方图, 能求出产值小于 500 万元的城市个数.

(2) 由 Y 的所有可能取值为 0, 1, 2. 分别求出相应的概率, 由此能求出 Y 的分布列及期望和方差.

【解答】 解: (1) 根据频率分布直方图可知, 产值小于 500 万元的城市个数为: $[(0.03+0.04) \times 5] \times 40 = 14.$

(2) Y 的所有可能取值为 0, 1, 2.

$$P(Y=0)=\frac{C_{26}^2}{C_{40}^2}=\frac{5}{12},$$

$$P(Y=1)=\frac{C_{26}^1 \cdot C_{14}^1}{C_{40}^2}=\frac{7}{15},$$

$$P(Y=2)=\frac{C_{14}^2}{C_{40}^2}=\frac{7}{60}.$$

∴Y 的分布列为：

Y	0	1	2
P	$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{60}$

$$\text{期望为: } E(Y)=0 \times \frac{5}{12} + 1 \times \frac{7}{15} + 2 \times \frac{7}{60} = \frac{7}{10},$$

$$\text{方差为: } D(Y)=\frac{5}{12} \times (0 - \frac{7}{10})^2 + \frac{7}{15} \times (1 - \frac{7}{10})^2 + \frac{7}{60} \times (2 - \frac{7}{10})^2 = \frac{2660}{6000} = \frac{133}{300}.$$

【点评】 本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布、期望、方差等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

5. **【分析】** (1) 估算妹纸生蚝的质量为 28.5g，由此能估计这批生蚝的数量.

(2) 任意挑选一只，质量在 [5, 25) 间的概率为 $P=\frac{2}{5}$ ，X 的可能取值为 0, 1, 2, 3, 4，分别求出相应的概率，由此能求出 X 的分布列和数学期望.

【解答】 解：(1) 由表中的数据可以估算妹纸生蚝的质量为：

$$\frac{1}{40}(6 \times 10 + 10 \times 20 + 12 \times 30 + 8 \times 40 + 4 \times 50) = 28.5,$$

所以购进 500kg，生蚝的数量为 $500000 \div 28.5 \approx 17554$ (只).

(2) 由表中数据知，任意挑选一只，质量在 [5, 25) 间的概率为 $P=\frac{2}{5}$,

X 的可能取值为 0, 1, 2, 3, 4,

$$\text{则 } P(X=0) = (\frac{3}{5})^4 = \frac{81}{625}, \quad P(X=1) = C_4^1 (\frac{2}{5})^1 (\frac{3}{5})^3 = \frac{216}{625},$$

$$P(X=2) = C_4^2 (\frac{2}{5})^2 (\frac{3}{5})^2 = \frac{216}{625}, \quad P(X=3) = C_4^3 (\frac{2}{5})^3 (\frac{3}{5})^1 = \frac{96}{625}, \quad P(X=4) = (\frac{2}{5})^4 = \frac{16}{625},$$

∴X 的分布列为：

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{81}{625}$	$\frac{216}{625}$	$\frac{216}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$

$$\therefore E(X) = \frac{216}{625} \times 3 + \frac{96}{625} \times 3 + \frac{16}{625} \times 4 = \frac{8}{5}.$$

【点评】本题考查概率的求法及应用，考查离散型随机变量的分布列及数学期望的求法，考查排列组合、古典概型等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

6. 【分析】(I) 根据录用总人数与应聘总人数的比值得出概率；

(II) 根据超几何分布列的概率公式得出分布列和数学期望；

(III) 去掉一个岗位后计算剩余 4 个岗位的男女总录用比例得出结论.

【解答】解：(I) 因为表中所有应聘人员总数为 $533+467=1000$ ，

被该企业录用的人数为 $264+169=433$ ，

所以从表中所有应聘人员中随机选择 1 人，此人被录用的概率约为 $P = \frac{433}{1000}$.

(II) X 可能的取值为 0, 1, 2.

因为应聘 E 岗位的 6 人中，被录用的有 4 人，未被录用的有 2 人，

$$\text{所以 } P(X=0) = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{15}; P(X=1) = \frac{C_2^1 C_4^1}{C_6^2} = \frac{8}{15}; P(X=2) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{2}{5}.$$

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{5}$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{15} + 1 \times \frac{8}{15} + 2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{3}.$$

(III) 取掉 A 岗位后，男性的总录用比例为 $\frac{264-167}{533-269} \approx 36.7\%$ ，女性的总录用比例为 $\frac{169-24}{467-40} \approx 34.0\%$ ，

故去掉 A 岗位后，男、女总录用比例接近.

$\therefore$ 这四种岗位是：B、C、D、E.

【点评】本题考查了古典概型的概率计算，离散型随机变量的分布列，属于中档题.

7. 【分析】(1) 列出表格根据公式计算出 K^2 ，参考表格即可得出结论.

(2) 由表中数据可知，抽到获奖同学的概率为 $\frac{1}{5}$ ，将频率视为概率，所以 X 可取 0, 1, 2, 3，且 $X \sim B(3, \frac{1}{5})$. 即可得出.

【解答】解：(1)

	文科生	理科生	合计
获奖	5	35	40
不获奖	45	115	160
合计	50	150	200

$$k=\frac{200(5\times 115-35\times 45)}{50\times 150\times 40\times 160}-\frac{25}{6}\approx 4.167>3.841,$$

所以有超过 95%的把握认为“获奖与学生的文理科有关”.

(2) 由表中数据可知, 抽到获奖同学的概率为 $\frac{1}{5}$,

将频率视为概率, 所以 X 可取 0, 1, 2, 3, 且 $X\sim B\left(3,\frac{1}{5}\right)$.

$$P\left(X=k\right)=C_3^k\times \left(\frac{1}{5}\right)^k\left(1-\frac{1}{5}\right)^{3-k}\left(k=0,1,2,3\right),$$

X	0	1	2	3
P	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

$$E\left(X\right)=3\times \frac{1}{5}=\frac{3}{5}.$$

【点评】 本题考查了独立性检验原理、二项分布列的概率计算公式与数学期望, 考查了推理能力与计算能力, 属于中档题.