

巩固性作业

1. 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $D, E$  分别为  $AB, AC$  的中点,  $O$  为  $DE$  的中点,  $AB = AC = 2\sqrt{5}$ ,  $BC = 4$ . 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折起到  $\triangle A_1DE$  的位置, 使得平面  $A_1DE \perp$  平面  $BCED$ , 如图 2.

(I) 求证:  $A_1O \perp BD$ ;

(II) 求直线  $A_1C$  和平面  $A_1BD$  所成角的正弦值;

(III) 线段  $A_1C$  上是否存在点  $F$ , 使得直线  $DF$  和  $BC$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ? 若存在, 求出  $\frac{A_1F}{A_1C}$  的值; 若不存在, 说明理由.

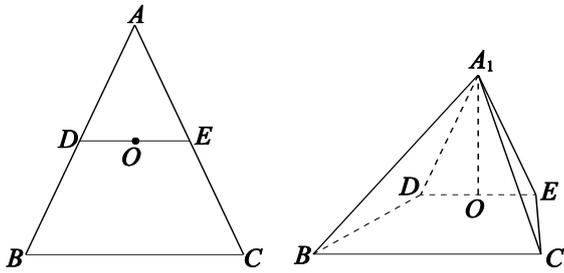


图 1

图 2

2. 如图，梯形  $ABCD$  所在的平面与等腰梯形  $ABEF$  所在的平面互相垂直， $AB \parallel CD \parallel EF$ ，  
 $AB \perp AD$ ， $CD = DA = AF = FE = 2$ ， $AB = 4$ 。

(I) 求证： $DF \parallel$  平面  $BCE$ ；

(II) 求二面角  $C - BF - A$  的余弦值；

(III) 线段  $CE$  上是否存在点  $G$ ，使得  $AG \perp$  平面  $BCF$ ？

请说明理由。

