

数形结合思想拓展提升任务答案

1 【答案】 $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

【解析】 分析:观察条件特点,将原式适当变形,再数形结合

【详解】 当 $x=0$ 时,显然是方程的一个实数解;

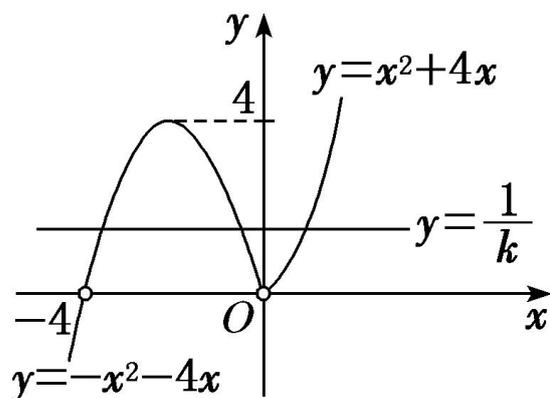
当 $x \neq 0$ 时,方程 $\frac{|x|}{x+4} = kx^2$ 可化为 $\frac{1}{k} = (x+4)|x|, (x \neq -4)$,

设 $f(x) = (x+4)|x|, (x \neq 0, -4), y = \frac{1}{k}$, 原题可以转化为两函数有三个非零交点.

则 $f(x) = (x+4)|x| = \begin{cases} x^2 + 4x, & x > 0 \\ -x^2 - 4x, & x < 0 \text{ 且 } x \neq -4 \end{cases}$ 的大致图象如图所示, 由图, 易得 $0 < \frac{1}{k} < 4$,

解得 $k > 4$. 所以 k 的取值范围为 $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$.

【答案】 $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

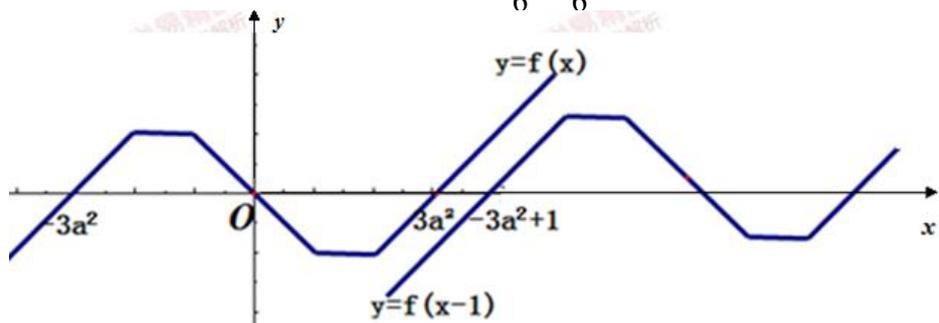


2. 【答案】 B

【解析】 分析: 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} -x, & 0 \leq x \leq a^2 \\ -a^2, & a^2 < x < 2a^2 \\ x - 3a^2, & x \geq 2a^2 \end{cases}$, 由 $f(x)$ 是奇函数, 可作出 $f(x)$

的图像, 【详解】 作出 $f(x)$ 的图像, 如下图所示. 又因为 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x-1) \leq f(x)$, 所以 $f(x-1)$ 的图像恒在 $f(x)$ 图像的下方, 即将 $f(x)$ 的图像往右平移一个单位后恒在

$f(x)$ 图像的下方, 所以 $-3a^2 + 1 \geq 3a^2$, 解得 $a \in \left[-\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6}\right]$. 故选 B.



3. 【答案】 A

【解析】 分析先确定向量 \vec{a} 、 \vec{b} 所表示的点的轨迹，一个为直线，一个为圆，再根据直线与圆的位置关系求最小值.

【详解】 设 $\vec{a} = (x, y)$, $\vec{e} = (1, 0)$, $\vec{b} = (m, n)$,

则由 $\langle \vec{a}, \vec{e} \rangle = \frac{\pi}{3}$ 得 $\vec{a} \cdot \vec{e} = |\vec{a}| \cdot |\vec{e}| \cos \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}$, $\therefore y = \pm \sqrt{3}x$,

由 $\vec{b}^2 - 4\vec{e} \cdot \vec{b} + 3 = 0$ 得 $m^2 + n^2 - 4m + 3 = 0$, $(m-2)^2 + n^2 = 1$,

因此, $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最小值为圆心 $(2, 0)$ 到直线 $y = \pm \sqrt{3}x$ 的距离 $\frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ 减去半径 1, 为

$\sqrt{3} - 1$. 选 A.