作业答案：

1．解：

（Ⅰ）因为$a=1$，所以$f(x)=\sin x-x\cos x,\ f'(x)=x\sin x$.

当$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$时， $f'(x)\geqslant 0$恒成立，

所以 $f(x)$ 在区间$[0,\dfrac{\pi}{2}]$上单调递增，

所以$f(x)\geqslant f(0)=0$.

（Ⅱ）因为$f(x)=a\sin x-x\cos x, x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，

所以$f'(x)=(a-1)\cos x+x\sin x$.

①当$a=1$时，由（Ⅰ）知， $f(x)\geqslant 0$对$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$恒成立；

②当$a>1$时，因为$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，所以$f'(x)>0$.

因此$f(x)$在区间$[0,\dfrac{\pi}{2}]$上单调递增，

所以$f(x)\geqslant f(0)=0$对$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$恒成立；

③当$a<1$时，令$g(x)=f'(x)$，则$g'(x)=(2-a)\sin x+x\cos x$，

因为$x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，所以$g'(x)\geqslant 0$恒成立，

因此$g(x)$在区间$[0,\dfrac{\pi}{2}]$上单调递增，

且$g(0)=a-1<0$，$g(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{\pi}{2}>0$，

所以存在唯一$x_0\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$使得$g(x_0)=0$，即$f'(x_0)=0$.

所以任意$x\in(0,x_0)$时， $f'(x)<0$，所以$f(x)$在$(0, x_0)$上单调递减.

所以$f(x)<f(0)=0$，不合题意.

综上可知，a的最小值为 1.

2．解：

（Ⅰ）解：依题意 $f'(x)=\cos x-x\sin x-a$.

令 $g(x)=\cos x-x\sin x-a$， $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$， 则 $g'(x)=-2\sin x-x\cos x\leq 0$.

所以 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减.

因为 $g(0)=1-a\le 0$，所以 $g(x)\le 0$，即 $f'(x)\le 0$，

所以 $f(x)$ 的单调递减区间是 $[0,\frac{\pi}{2}]$，没有单调递增区间.

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）知，$g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，且 $g(0)=1-a$，$g(\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}-a$.

当 $a\ge 1$ 时，$f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减.

因为 $f(0)=a>0$，$f(\frac{\pi}{2})=a(1-\frac{\pi}{2})<0$，

所以 $f(x)$ 有且仅有一个零点.

当 $-\frac{\pi}{2}-a\ge 0$，即 $a\le -\frac{\pi}{2}$ 时，$g(x)\ge 0$，即 $f'(x)\ge 0$，$f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增.

因为 $f(0)=a<0$，$f(\frac{\pi}{2})=a(1-\frac{\pi}{2})>0$，

所以 $f(x)$ 有且仅有一个零点.

当 $-\frac{\pi}{2}<a<1$ 时，$g(0)=1-a>0$，$g(\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}-a<0$，

所以存在 $x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$，使得 $g(x_0)=0$.

x，$f'(x)$，$f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(0,x_0)$	x_0	$(x_0,\frac{\pi}{2})$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	极大值	↘

所以 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递增，在 $(x_0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递减.

因为 $f(0)=a$，$f(\frac{\pi}{2})=a(1-\frac{\pi}{2})$，且 $a\ne 0$，

所以 $f(0)f(\frac{\pi}{2})=a^2(1-\frac{\pi}{2})<0$，所以 $f(x)$ 有且仅有一个零点.

综上所述，$f(x)$ 有且仅有一个零点.