

函数的极值

拓展提升任务

1. 已知函数 $f(x) = (2 + x + ax^2)\ln(1+x) - 2x$ ，若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，求 a 。

2. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax - 1 (a \in \mathbf{R})$, $g(x) = xf(x) + \frac{1}{2}x^2 + 2x$ 。

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间；

(II) 当 $a=1$ 时，若函数 $g(x)$ 在区间 $(m, m+1) (m \in \mathbf{Z})$ 内存在唯一的极值点，求 m 的值。

3. 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax$, $a \in \mathbf{R}$ 。

(I) 若 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 a 的值，并讨论 $f(x)$ 的单调性；

(II) 已知函数 $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}ax^2 + \frac{2}{3}$ ，若 $g(x)$ 在区间 $(0,1)$ 内有零点，求 a 的取值范围；

(III) 设 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，试讨论过两点 $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ 的直线能否过点 $(1,1)$ ，若能，求 a 的值；若不能，说明理由。