

高二年级-数学
《解三角形》拓展提升任务 参考答案

1. 【2019 年高考全国 II 卷理科】在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b=6, a=2c, B=\frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是

_____.

【答案】 $6\sqrt{3}$

【解析】由余弦定理得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 所以 $(2c)^2 + c^2 - 2 \times 2c \times c \times \frac{1}{2} = 6^2$,

即 $c^2 = 12$, 解得 $c = 2\sqrt{3}, c = -2\sqrt{3}$ (舍去),

所以 $a = 2c = 4\sqrt{3}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.

【名师点睛】本题易错点往往是余弦定理应用有误或是开方导致错误. 解答此类问题, 关键是在明确方法的基础上, 准确记忆公式, 细心计算. 本题首先应用余弦定理, 建立关于 c 的方程, 应用 a, c 的关系、三角形面积公式计算求解, 本题属于常见题目, 难度不大, 注重了基础知识、基本方法、数学式子的变形及运算求解能力的考查.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=3, b=2\sqrt{6}, \angle B=2\angle A$. (I) 求 $\cos A$ 的值; (II) 求 c 的值.

解: (I) 因为 $a=3, b=2\sqrt{6}, \angle B=2\angle A$,

所以在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得 $\frac{3}{\sin A} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin 2A}$.

所以 $\frac{2 \sin A \cos A}{\sin A} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

故 $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

(II) 由 (I) 知 $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 所以 $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

又因为 $\angle B = 2\angle A$, 所以 $\cos B = 2\cos^2 A - 1 = \frac{1}{3}$.

所以 $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

在 $\triangle ABC$ 中, $\sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

所以 $c = \frac{a \sin C}{\sin A} = 5$.

