

高一年级数学第 4 课时《三角函数的图像和性质》拓展作业

答案

1. $c < a < b$ 2. $\frac{3\pi}{4}$ 3. ①④ 4. ①④

5. 解: $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} = \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2}$,

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

(2) 由 (1) 知 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{2}$.

因为 $x \in [-\frac{\pi}{3}, m]$, 所以 $2x - \frac{\pi}{6} \in [-\frac{5\pi}{6}, 2m - \frac{\pi}{6}]$.

要使得 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$, 即 $\sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 1.

所以 $2m - \frac{\pi}{6} \geq \frac{\pi}{2}$, 即 $m \geq \frac{\pi}{3}$. 所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$.

6. 解: (I) $\because f(x) = \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)\right] - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$
 $= 1 + 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

又 $\because x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$, $\therefore \frac{\pi}{6} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{2\pi}{3}$, 即 $2 \leq 1 + 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 3$,

$\therefore f(x)_{\max} = 3, f(x)_{\min} = 2$.

(II) $\because |f(x) - m| < 2 \Leftrightarrow f(x) - 2 < m < f(x) + 2, x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$,

$\therefore m > f(x)_{\max} - 2$ 且 $m < f(x)_{\min} + 2, \therefore 1 < m < 4$, 即 m 的取值范围是 $(1, 4)$.