

高一年级数学第4课时《三角函数的图像和性质》拓展作业

1. 设 $a = \frac{1}{2} \sin 2^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2^\circ$, $b = 1 - 2 \sin^2 13^\circ$, $c = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 a, b, c 的大小关系是_____。(从小到大排列)

2. 若 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在 $[0, a]$ 是减函数, 则 a 的最大值是_____

3. 给出下列命题: ①函数 $y = \sin|x|$ 不是周期函数; ②函数 $y = \tan x$ 在定义域内是增函数; ③函数 $y = |\cos 2x + \frac{1}{2}|$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$; ④函数 $y = \sin(x + \frac{5\pi}{2})$ 是偶函数.

其中正确的命题的序号是_____.

4. 关于函数 $f(x) = \sin|x| + |\sin x|$ 有下述四个结论:

① $f(x)$ 是偶函数

② $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递增

③ $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 有 4 个零点

④ $f(x)$ 的最大值为 2

其中所有正确结论的编号是_____

5. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$, 求 m 的最小值.

6. 已知函数 $f(x) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sqrt{3} \cos 2x$, $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$.

(I) 求 $f(x)$ 的最大值和最小值;

(II) 若不等式 $|f(x) - m| < 2$ 在 $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上恒成立, 求实数 m 的取值范围