高一年级数学《三角函数的概念》学习指南

三角函数的概念

复习任务单

【学习目标】

1、掌握任意角的正弦、余弦、正切在单位圆（r = 1 时）中的定义；

2、理解和掌握一般情况下任意角的三角函数（r>0 时）的定义；

3、树立函数观点，正确理解三角函数是以实数为自变量的函数.

【学法指导】

根据实际问题的需要，$\left[0^\circ,360^\circ\right]$的范围内的角的大小已不够用，因此将角推广到任意角。在初中，我们只学习了锐角三角函数的概念，学习了任意角之后，需要将三角函数的概念推广到任意角的三角函数的概念。利用单位圆上点的坐标定义任意角的正弦函数、余弦函数和正切函数，这个定义清楚地表明了三角函数是从自变量到函数值之间的对应关系，也表明了这两个函数之间的关系，这样定义使得三角函数所反映的数与形的关系更加直接，数形结合更加紧密。三角函数的定义还可以推广到一般情况，它也可以看成是角的终边上某点的坐标比值为函数值的函数。

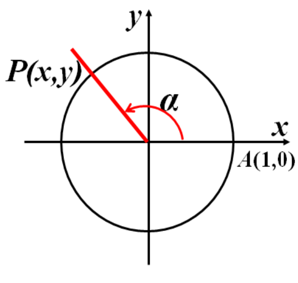
本部分主要考查对三角函数的定义的理解，同时还考查两角和差公式以及三角函数概念和实际的综合应用，考查对方程思想与数形结合思想的应用意识．题型以选择题和填空题为主，属于中低档难度.

掌握此小节内容需要同学们回归教材，了解三角函数定义的由来，熟练掌握三角函数在单位圆的定义和一般情况下的三角函数定义，熟练使用两角和差正余弦公式的正向使用和逆向使用，有函数与方程和数形结合思想的应用意识。

【知识梳理】

1、 三角函数的概念

（1）单位圆中三角函数的概念：设α是一个任意角，它的终边与单位圆交于 P（x, y）

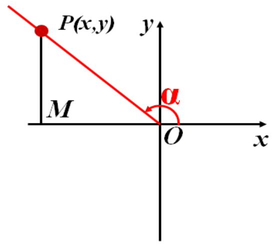


$\sin\alpha$ 叫做 α 的正弦, 即 $\sin\alpha = y$

$\cos\alpha$ 叫做 α 的余弦, 即 $\cos\alpha = x$

$\tan\alpha$ 叫做 α 的正切, 即 $\tan\alpha = \dfrac{y}{x}(x \neq 0)$

（2）已知点 P（x, y）是任意角α终边上一点（不是原点），



记|OP|$= r = \sqrt{x^2 + y^2}$,

则$\sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$，$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$，$\tan\alpha = \frac{y}{x}(x \neq 0)$

2、两角和差公式：

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos a \cos\beta \mp \sin a \sin\beta$

$\sin(a \pm \beta) = \sin a \cos\beta \pm \cos a \sin\beta$

$\tan a(a \pm \beta) = \dfrac{\tan a \pm \tan\beta}{1 \mp \tan a \tan\beta}$

限时 20 分钟，独立完成例题.

【典型问题】

【例 1】已知角 α 的顶点为坐标原点 O，终边在直线 $y=3x$ 上，且$\sin\alpha<0$.若 $P(m，n)$是角 α 终边上的一点，且$|OP|=\sqrt{10}$，求 $m-n$ 的值。

分析：求解 m, n 的值需要构建两个方程

【解析】∵角 α 的终边在直线 $y=3x$ 上，

∴角 α 为第一、三象限角，且 $\tan\alpha=3$，又 $\sin\alpha<0$，

∴角 α 为第三象限角，∴$m<0$，$n<0$.

由三角函数的定义知 $\tan\alpha=\frac{n}{m}=3$，又$|OP|=\sqrt{10}$，∴$\sqrt{m^2+n^2}=\sqrt{10}$，

∴$m=-1$，$n=-3$，　∴$m-n=2$.

【答案】　2

【例 2】已知角 α 的终边经过点 $P(\sin47°，\cos47°)$，则 $\sin(\alpha-13°)=$(　　)

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

分析：用两角和差的正弦公式展开后再利用三角函数的定义求解

【解析】∵角 α 的终边经过点 $P(\sin47°，\cos47°)$，∴$r=OP=\sqrt{\sin^2 47°+\cos^2 47°}=1$，

∴$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\cos47°, \cos\alpha=\frac{x}{r}=\sin47°$

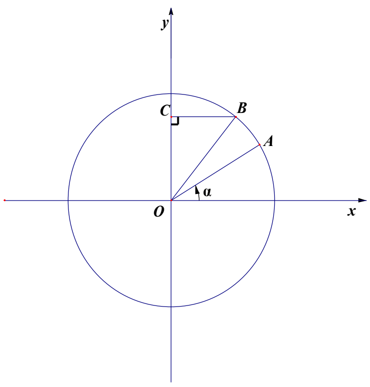
∴$\sin(\alpha-13°)=\sin\alpha\cos13°-\cos\alpha\sin13°=\cos47°\cos13°-\sin47°\sin13°$

$=\cos(47°+13°)=\cos60°=\frac{1}{2}$.

【答案】　2

注意：点 P 不在 47°角的终边上，sin47°，cos47°是两个数

【例 3】在物理学中，把物体受到的力 （总是指向平衡位置）正比于它离开平衡位置的距离的运动称为 “简谐运动”.可以证明，在适当的直角坐标系下，简谐运动可以用函数 $y = A\sin(\omega x+\varphi)$，$x\in\left[0,+\infty\right)$表示，其中$A>0,\omega>0$.如图，平面直角坐标系$xOy$中，以原点$O$为圆心，$r$为半径作圆，A 为圆周上的一点，以$Ox$为始边，$OA$为终边的角为$\alpha$，则点 A 的坐标是__________，从 A 点出发，以恒定的角速度ω转动，经过t秒转动到点$B\left(x,y\right)$，动点 B 在y轴上的投影 C 作简谐运动，则点 C 的纵坐标y与时间t的函数关系式为__________.



分析：利用三角函数的定义求解

【解析】(1) 根据三角函数定义：$\cos\alpha=\dfrac{x_A}{r}$，$\sin\alpha=\dfrac{y_A}{r}$，

$$\therefore x_A = r\sin\alpha,\ y_A = r\sin\alpha.\quad \therefore A(r\cos\alpha, r\sin\alpha)$$

(2) 求点 C 的纵坐标 y 与时间t的函数关系式即求点 B 的纵坐标 y 与时间t的函数关系.

从 A 点出发，以恒定的角速度ω转动，经过t秒转动到点$B\left(x,y\right)$,此时点$B\left(x,y\right)$在角$(\omega t+\alpha)$的终边上。根据三角函数定义：$\sin(\omega t+\alpha)=\dfrac{y}{r}$，

$\therefore y\ = r\sin(\omega t+\alpha)$（t≥0）

【答案】 $\therefore A(r\cos\alpha, r\sin\alpha)$，$\therefore y\ = r\sin(\omega t+\alpha)$（t≥0）

注意：(1) 题中半径r，初始角α，角速度ω均为已知，圆 O 不是单位圆；

(2)在实际问题中，通常自变量都有范围要求；

(3) 在实际问题中求解$y = A\sin(\omega x+\varphi)$的函数模型时，可以考虑利用三角函数定义来求解。