

1. $10\sin\frac{\pi t}{60}$

2. $y = 3\sin\left(7t + \frac{\pi}{6}\right)$, $t \in [0, +\infty)$ [解析] 由题意得 $A=3$, $T=\frac{2\pi}{7}$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$, 则 $\omega=\frac{2\pi}{T}=7$.

3. 解: (1) $\because$ 摩天轮的角速度 $\omega = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

∴最低点的角终边 OQ 到与地面的距离 y 的角终边 OA 的角

$$\theta = \frac{\pi}{6}t,$$

$$\therefore y = 45 - 40 \cos \theta,$$

即与地面的距离 y 与时间 t (min) 的函数关系式为

$$y = 45 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t ;$$

(2) 令 $45 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t = 65$ 得 $\cos \frac{\pi}{6} t = -\frac{1}{2}$,

∴第四次距离地面 65 米，即为第 2 周的第二次，

$$\therefore \frac{\pi}{6}t = 4\pi - \frac{2\pi}{3}, \quad t = 20(\text{min}),$$

即第四次距离地面 65 米时, 用时 20min.

(3) 当朋友距离地面高度 $y_2 = 45 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t$ 时,

这时自己距离地面高度 $y_1 = 45 - 40 \cos \frac{\pi}{6}(t+2)$;

$$\therefore y_1 - y_2 = 40[\cos \frac{\pi}{6}t - \cos \frac{\pi}{6}(t+2)]$$

当两人所处位置连线垂直地面时，距离之差最大，这 $t=2$.

即当你的朋友登上摩天轮 2min 后, 第一次出现你和你的朋友与地面的距离之差最大; 这个最大值为 40m.

$$(y_1 - y_2) = 40\left[\cos\frac{\pi}{6}t - \cos\frac{\pi}{6}(t+2)\right] = 40\left[\cos\frac{\pi}{6}t - \cos\frac{\pi}{6}t\cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{6}t\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$= 40\left(\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}t + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{\pi}{6}t\right) = 40\sin\frac{\pi}{6}(t+1).$$

4. 解: (1)由函数解析式易知, 当 $x=14$ 时, 函数取得最大值 30, 即最高温度为 30°C , 当 $x=6$ 时, 函数取得最小值 10, 即最低温度为 10°C , 所以最大温差为 20°C .

(2) 令 $10\sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{5\pi}{4}\right) + 20 = 15$, 得 $\sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$, 而 $x \in [4, 16]$, 所以 $x = \frac{26}{3}$.

令 $10\sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{5\pi}{4}\right) + 20 = 25$, 得 $\sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{5\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$, 而 $x \in [4, 16]$, 所以 $x = \frac{34}{3}$.

故该细菌能存活的最长时间为 $\frac{34}{3} - \frac{26}{3} = \frac{8}{3}(\text{h})$.

