# 高一年级数学 5.4《三角函数的图象与性质》学习指南

## 学习目标：

1. 能画出三角函数的图象，能推出三角函数的性质；
2. 通过图象、性质的应用，培养数形结合思想；
3. 体会函数图象的重要地位，提升几何直观、代数运算的数学素养.

## 学法指导：

灵活运用三角函数图象与性质，自主学习例题，完成学习任务单，并利用课后作业进行自我检测.

## 学习任务单：

## 一、　复习内容回顾

正弦函数、余弦函数、正切函数的图象和性质

| 函数 | $y=\sin x$ | $y=\cos x$ | $y=\tan x$ |
|---|---|---|---|
| 图象 | | | |
| 定义域 | | | |
| 周期性 | | | |
| 奇偶性 | | | |
| 单调性 | $[-\frac{\pi}{2}+2k\pi，\frac{\pi}{2}+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$上递增<br>$[\frac{\pi}{2}+2k\pi，\frac{3\pi}{2}+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$上递减 | | |
| 最值 | $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，$y_{\max}=1$；<br>$x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，$y_{\min}=-1$ | | |
| 值域 | | | |
| 对称性 | | | |

## 二、　典型例题分析

例 1. 用五点法作 $y=\sin x+1, x\in\left[0,2\pi\right]$ 的图象.

例 2．已知函数 $f(x)=\dfrac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调递增区间.

例 3．某同学用“五点法”画函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\ (\omega>0,\ |\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 在某一个周期内的图象时，列表并填入了部分数据，如下表：

| $\omega x+\varphi$ | $0$ | $\dfrac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\dfrac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $x$ | | $\dfrac{\pi}{3}$ | | $\dfrac{5\pi}{6}$ | |
| $A\sin(\omega x+\varphi)$ | $0$ | $5$ | | $-5$ | $0$ |

（Ⅰ）请将上表数据补充完整，并直接写出函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）将 $y=f(x)$ 图象上所有点向左平行移动 $\theta\ (\theta>0)$ 个单位长度，得到 $y=g(x)$ 的图象．若 $y=g(x)$ 图象的一个对称中心为 $(\dfrac{5\pi}{12},\ 0)$，求 $\theta$ 的最小值.

**答案与解析：**

例 1 略

例 2【答案】（Ⅰ） $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\neq k\pi,k\in Z\right\}$

$$f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}=(\sin x-\cos x)\bullet 2\cos x$$

$$=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$$

得 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

（Ⅱ）令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leq 2x-\frac{\pi}{4}\leq\frac{\pi}{2}+2k\pi$，又由定义域得

$f(x)$ 的单调递增区间为：$\left[k\pi-\frac{\pi}{8},k\pi),(k\pi,k\pi+\frac{3\pi}{8}\right](k\in Z)$

例 3【答案】（Ⅰ） $f(x)=5\sin(2x-\frac{\pi}{6})$；（Ⅱ） $\frac{\pi}{6}$.

【解析】（Ⅰ）根据表中已知数据，解得 $A=5,\omega=2,\varphi=-\frac{\pi}{6}$. 数据补全如下表：

| $\omega x+\varphi$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{7\pi}{12}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\frac{13}{12}\pi$ |
| $A\sin(\omega x+\varphi)$ | $0$ | $5$ | $0$ | $-5$ | $0$ |

且函数表达式为 $f(x)=5\sin(2x-\frac{\pi}{6})$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f(x)=5\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，得 $g(x)=5\sin(2x+2\theta-\frac{\pi}{6})$.

因为 $y=\sin x$ 的对称中心为 $(k\pi,0)$，$k\in\mathbf{Z}$.

令 $2x+2\theta-\frac{\pi}{6}=k\pi$，解得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}-\theta$，$k\in\mathbf{Z}$ .

由于函数 $y=g(x)$ 的图象关于点 $(\frac{5\pi}{12},0)$ 成中心对称，令 $\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}-\theta=\frac{5\pi}{12}$，

解得 $\theta=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$. 由 $\theta>0$ 可知，当 $k=1$ 时，$\theta$ 取得最小值 $\frac{\pi}{6}$.

考点：1.“五点法”画函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 在某一个周期内的图象，2. 三角函数的平移变换，3. 三角函数的性质.

## 三、基础知识落实

1.函数 $y=\sqrt{2}\sin 2x$ 的奇偶数性为（　　　）.

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C．既奇又偶函数　　D. 非奇非偶函数

2.在[0,2$\pi$]上,满足 $\sin x \geq \frac{1}{2}$ 的 x 取值范围是(　　　　).

A. $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$　　C. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$　　D. $\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right]$

3.若函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$ 的最小正周期为 $\frac{2}{3}\pi$，则 $\omega$=______。

4.下列函数在 $[\frac{\pi}{2},\pi]$ 上是增函数的是（　　　）

A. y=sinx　　B. y=cosx　　C. y=sin2x　　D. y=cos2x

5.下列四个函数中，既是 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的增函数，又是以为 $\pi$ 周期的偶函数的是（　　）.

A. $y=|\sin x|$　　B. $y=|\sin 2x|$　　C. $y=|\cos x|$　　D. $y=\cos 2x$

6.函数 $y=\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 在闭区间（　　）

A. $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上是增函数　　B. $\left[-\frac{3}{4}\pi,\frac{\pi}{4}\right]$ 上是增函数

C. $[-\pi,0]$ 上是增函数　　D. $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{3}{4}\pi\right]$ 上是增函数

**答案：**

1. A
2. B
3. 3
4. D
5. A
6. B

## 四、能力提升训练

1.函数 $y=\sin\frac{x-1}{2}\pi$ 的单调增区间是（　　）

A. $[4k\pi,(4k+2)\pi](k\in z)$　　B. $[4k,4k+2](k\in z)$

C. $[2k\pi,(2k+2)\pi](k\in z)$ D. $[2k,2k+2](k\in z)$

2.函数 $y=-\frac{2}{3}\cos x, x\in[0,2\pi]$，其单调性是（ ）.

A. 在 $[0,\pi]$ 上是增函数，在 $[\pi,2\pi]$ 上是减函数

B. 在 $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right]$ 上是增函数，在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right],\left[\frac{3}{2}\pi,2\pi\right]$ 上分别是减函数

C. 在 $[\pi,2\pi]$ 上是增函数，在 $[0,\pi]$ 上是减函数

D. 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right],\left[\frac{3}{2}\pi,2\pi\right]$ 是增函数，在 $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right]$ 上是减函数

3. $y=\tan x(x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z)$ 在定义域上的单调性为（ ）.

A．在整个定义域上为增函数 B．在整个定义域上为减函数

C．在每一个开区间 $(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi)(k\in Z)$ 上为增函数

D．在每一个开区间 $(-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi)(k\in Z)$ 上为增函数

4.下列各式正确的是（ ）.

A． $\tan(-\frac{13}{4}\pi)<\tan(-\frac{17}{5}\pi)$ B． $\tan(-\frac{13}{4}\pi)>\tan(-\frac{17}{5}\pi)$

C． $\tan(-\frac{13}{4}\pi)=\tan(-\frac{17}{5}\pi)$ D．大小关系不确定

5.若 $\tan x\leq 0$,则（ ）.

A． $2k\pi-\frac{\pi}{2}<x<2k\pi,k\in Z$ B． $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leq x<(2k+1)\pi,k\in Z$

C． $k\pi-\frac{\pi}{2}<x\leq k\pi,k\in Z$ D． $k\pi-\frac{\pi}{2}\leq x\leq k\pi,k\in Z$

6.在下列函数中，同时满足：①在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上递增；②以 $2\pi$ 为周期；③是奇函数的是（ ）.

A． $y=\tan x$ B． $y=\cos x$ C． $y=\tan\frac{x}{2}$ D． $y=-\tan x$

**答案：**

1. B
2. A
3. C
4. B
5. C
6. C

## 五、小结与反思

1.三角函数图象与性质；

2.整体代换思想与数形结合思想的应用.