作业答案：

1. 解：（1）设椭圆 E 的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，

由已知 $\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|=4$ 得 $2a=4$，$\therefore$ $a=2$，

又点 $P\left(1,\frac{3}{2}\right)$ 在椭圆上，$\therefore$ $\frac{1}{4}+\frac{9}{4b^2}=1$ $\therefore$ $b=\sqrt{3}$，

椭圆 E 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

（2）由题意可知，四边形 $ABCD$ 为平行四边形

$\therefore$ $S_{ABCD}=4S_{\Delta OAB}$，

设直线 AB 的方程为 $x=my-1$，且 $A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$，

由 $\begin{cases} x=my-1 \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 得 $\left(3m^2+4\right)y^2-6my-9=0$，

$\therefore y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4}$， $y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，

$S_{\Delta OAB}=S_{\Delta OF_1A}+S_{\Delta OF_1B}=\frac{1}{2}\left|OF_1\right|\cdot\left|y_1-y_2\right|=\frac{1}{2}\left|y_1-y_2\right|$，

$=\frac{1}{2}\sqrt{\left(y_1+y_2\right)^2-4y_1y_2}=6\sqrt{\frac{m^2+1}{\left(3m^2+4\right)^2}}$，

令 $m^2+1=t$，则 $t\geq 1$，$S_{\Delta OAB}=6\sqrt{\frac{t}{\left(3t+1\right)^2}}=6\sqrt{\frac{1}{9t+\frac{1}{t}+6}}$，

又$\therefore g\left(t\right)=9t+\frac{1}{t}$ 在 $\left[1,+\infty\right)$ 上单调递增，

$\therefore g\left(t\right)\geq g\left(1\right)=10$，$\therefore$ $S_{\Delta OAB}$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$，

所以 S_{ABCD} 的最大值为 6 .

2. 解：（1）由题意，椭圆 C 的标准方程为

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$$

所以 $a=2$，$b=\sqrt{2}$，从而

$$c=\sqrt{a^2-b^2}=2$$

因此

故椭圆C的离心率$\mathrm{e}=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

（2）设点A，B的坐标分别为$(t,2)$，(x_0,y_0)，其中$x_0\neq 0$，
因为$OA\perp OB$ $OA\perp OB$ ，所以

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$$

即$tx_0+2y_0=0$，解得

$$t=-\frac{2y_0}{x_0}$$

又$x_0^2+2y_0^2=4$，所以

$$|AB|^2=(x-t)^2+(y_0-2)^2=(x_0+\frac{2y_0}{x_0}+)^2+(y_0-2)^2=x_0^2+y_0^2+\frac{4y_0^2}{x_0^2}+4$$

$$=x_0^2+\frac{4-x_0^2}{2}+\frac{2(4-x_0^2)}{x_0^2}+4=\frac{x_0^2}{2}+\frac{8}{x_0^2}+4(0<x_0^2\le 4)$$

因为

$$\frac{x_0^2}{2}+\frac{8}{x_0^2}\ge 4(0<x_0^2\le 4)$$

且当$x_0^2=4$时等号成立，所以$|AB|^2\ge 8$，故线段AB长度的最小值为$2\sqrt{2}$．