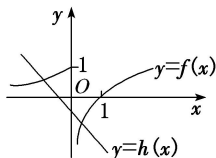


【课时作业答案及解析】

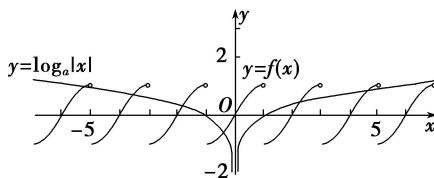
1. 【答案】C

【解析】令 $h(x) = -x - a$, 则 $g(x) = f(x) - h(x)$. 在同一坐标系中画出 $y = f(x)$, $y = h(x)$ 的示意图, 如图所示. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 $y = f(x)$ 的图象与 $y = h(x)$ 的图象有 2 个交点, 平移 $y = h(x)$ 的图象, 可知当直线 $y = -x - a$ 过点 $(0, 1)$ 时, 有 2 个交点, 此时 $1 = -0 - a$, $a = -1$. 当 $y = -x - a$ 在 $y = -x + 1$ 上方, 即 $a < -1$ 时, 仅有 1 个交点, 不符合题意. 当 $y = -x - a$ 在 $y = -x + 1$ 下方, 即 $a > -1$ 时, 有 2 个交点, 符合题意. 综上, a 的取值范围为 $[-1, +\infty)$. 故选 C.



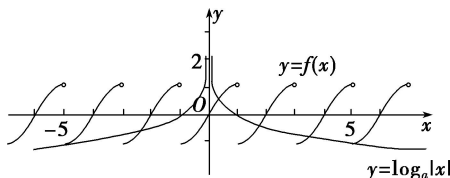
2. 【答案】A

【解析】当 $a > 1$ 时, 作出函数 $f(x)$ 与函数 $y = \log_a |x|$ 的图象, 如图所示.



结合图象可知, $\begin{cases} |\log_a|-5| < 1, \\ |\log_a 5| < 1, \end{cases}$ 故 $a > 5$;

当 $0 < a < 1$ 时, 作出函数 $f(x)$ 与函数 $y = \log_a |x|$ 的图象, 如图所示.



结合图象可知, $\begin{cases} |\log_a|-5| \geq -1, \\ |\log_a 5| \geq -1, \end{cases}$ 故 $0 < a \leq \frac{1}{5}$. 故选 A.

3. 【答案】3

【解析】由题意可知, 当 $3x + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ 时, $f(x) = 0$. $\because x \in [0, \pi]$, $\therefore 3x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}\right]$,

$\therefore$ 当 $3x + \frac{\pi}{6}$ 取值为 $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ 时, $f(x) = 0$,

即函数 $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 在 $[0, \pi]$ 的零点个数为 3.

4. 【答案】(1)(1, 4) (2)(1, 3] $\cup$ (4, $+\infty$)

【解析】(1) 若 $\lambda = 2$, 当 $x \geq 2$ 时, 令 $x - 4 < 0$, 得 $2 \leq x < 4$; 当 $x < 2$ 时, 令 $x^2 - 4x + 3 < 0$, 解得 $1 < x < 2$. 综上所述, $1 < x < 4$,

利用数形结合解决函数的零点问题

所以不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 $(1, 4)$.

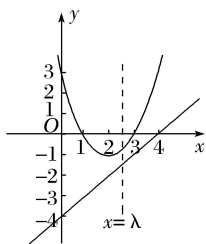
(2) 令 $f(x) = 0$, 当 $x \geq \lambda$ 时, $x = 4$,

当 $x < \lambda$ 时, $x^2 - 4x + 3 = 0$,

解得 $x = 1$ 或 $x = 3$.

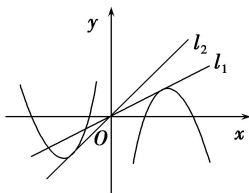
因为函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点,

结合如图函数的图象知, $1 < \lambda \leq 3$ 或 $\lambda > 4$.



5. 【答案】(4, 8)

【解析】作出函数 $f(x)$ 的示意图, 如图. l_1 是过原点且与抛物线 $y = -x^2 + 2ax - 2a$ 相切的直线, l_2 是过原点且与抛物线 $y = x^2 + 2ax + a$ 相切的直线.



由图可知, 当直线 $y = ax$ 在 l_1, l_2 之间(不含直线 l_1, l_2) 变动时, 符合题意.

$$\text{由 } \begin{cases} y = ax \\ y = -x^2 + 2ax - 2a, \end{cases}$$

消去 y , 整理得 $x^2 - ax + 2a = 0$.

由 $\Delta = 0$, 得 $a = 8$ ($a = 0$ 舍去).

$$\text{由 } \begin{cases} y = ax, \\ y = x^2 + 2ax + a, \end{cases} \quad \text{消去 } y, \text{ 整理得 } x^2 + ax + a = 0.$$

由 $\Delta = 0$, 得 $a = 4$ ($a = 0$ 舍去). 综上, 得 $4 < a < 8$.