拓展提升任务答案:

解：（Ⅰ）因为 $A(-2,0)$，所以 $a=2$

因为两个焦点与短轴一个顶点构成等腰直角三角形，

所以 $b=c$

又 $b^2+c^2=a^2$

所以 $b=c=\sqrt{2}$ ，

所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

（Ⅱ）**方法一：**

设 $M(x_m,y_m)$

$k_{MP}=\frac{y_m}{x_m-1}$， $k_{AM}=\frac{y_m}{x_m+2}$

$k_{AM}\cdot k_{MP}=-1$

$$\begin{cases}\frac{y_m}{x_m-1}\cdot\frac{y_m}{x_m+2}=-1\\ \frac{x_m{}^2}{4}+\frac{y_m{}^2}{2}=1\end{cases}$$

$\begin{cases}x_m=0\\ y_m=\pm\sqrt{2}\end{cases}$，$\begin{cases}x_m=-2\\ y_m=0\end{cases}$（舍）

所以 $|AM|=\sqrt{6}$

方法二：

设 $M(x_m,y_m)$，

因为 AM 与 MN 垂直，

所以点 M 在以 AP 为直径的圆上，

又以 AP 为直径的圆的圆心为 $(-\frac{1}{2},0)$，半径为 $\frac{3}{2}$，方程为 $(x+\frac{1}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}$

$$\begin{cases}(x_m+\frac{1}{2})^2+y_m{}^2=\frac{9}{4}\\ \frac{x_m{}^2}{4}+\frac{y_m{}^2}{2}=1\end{cases},$$

$\begin{cases} x_m = 0 \\ y_m = \pm\sqrt{2} \end{cases}$，$\begin{cases} x_m = -2 \\ y_m = 0 \end{cases}$（舍）

所以$|AM|=\sqrt{6}$

方法三：

设直线AM的斜率为k，$l_{AM}: y = k(x+2)$，其中 $k \neq 0$

$$\begin{cases} y = k(x+2) \\ \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$$

化简得$(1+2k^2)x^2 + 8k^2x + 8k^2 - 4 = 0$

当$\Delta > 0$时，$x_A \cdot x_M = \dfrac{8k^2-4}{1+2k^2}$

得$x_M = \dfrac{2-4k^2}{1+2k^2}$，$y_M = \dfrac{4k}{2k^2+1}$

显然直线AM, MN存在斜率且斜率不为 0.

因为AM与MN垂直，

所以$k_{MP} = \dfrac{\dfrac{4k}{2k^2+1}}{\dfrac{2-4k^2}{1+2k^2} - 1} = = -\dfrac{1}{k}$

得$k^2 = \dfrac{1}{2}$，$k = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$x_M = 0$

所以$|AM| = \sqrt{1+k^2}\,|x_M + 2| = \sqrt{6}$

（III）直线NQ恒过定点$(2,0)$

设$M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，

由题意，设直线MN的方程为$x = my + 1$，

由 $\begin{cases} x = my + 1, \\ x^2 + 2y^2 - 4 = 0 \end{cases}$ 得$(m^2+2)y^2 + 2my - 3 = 0$，

显然，$\Delta > 0$，则$y_1 + y_2 = \dfrac{-2m}{m^2+2}$，$y_1y_2 = \dfrac{-3}{m^2+2}$，

因为直线PQ与AM平行，所以$k_{PQ} = k_{AM} = \dfrac{y_1}{x_1+2}$，

则PQ的直线方程为$y = \dfrac{y_1}{x_1+2}(x-1)$，

令 $x=\frac{5}{2}$，则 $y=\frac{\frac{3}{2}y_1}{x_1+2}=\frac{3y_1}{2(my_1+3)}$，即 $Q(\frac{5}{2},\frac{3y_1}{2(my_1+3)})$

$$k_{NQ}=\frac{y_2-\frac{3y_1}{2(my_1+3)}}{x_2-\frac{5}{2}}=\frac{2my_1y_2+6y_2-3y_1}{(my_1+3)(2my_2-3)},$$

直线 NQ 的方程为 $y-y_2=\frac{2my_1y_2+6y_2-3y_1}{2m^2y_1y_2+6my_2-3my_1-9}(x-x_2)$

$$y=\frac{2my_1y_2+6y_2-3y_1}{2m^2y_1y_2+6my_2-3my_1-9}x-\frac{(2my_1y_2+6y_2-3y_1)(my_2+1)}{2m^2y_1y_2+6my_2-3my_1-9}+y_2$$

$$=\frac{2my_1y_2+6y_2-3y_1}{2m^2y_1y_2+6my_2-3my_1-9}x-\frac{2my_1y_2+15y_2-3y_1}{2m^2y_1y_2+6my_2-3my_1-9}$$

令 $y=0$，得 $x=\frac{2my_1y_2+15y_2-3y_1}{2my_1y_2+6y_2-3y_1}$

因为 $2my_1y_2=3(y_1+y_2)$，故 $x=\frac{18y_2}{9y_2}=2$，

所以直线 NQ 恒过定点 $(2,0)$.