

拓展提升：已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 $A(-2, 0)$ ，两个焦点与短轴一个顶点构成等腰直角三角形，过点 $P(1, 0)$ 且与 x 轴不重合的直线 l 与椭圆交于 M, N 不同的两点。

(I) 求椭圆 P 的方程；

(II) 当 AM 与 MN 垂直时，求 AM 的长；

(III) 若过点 P 且平行于 AM 的直线交直线 $x = \frac{5}{2}$ 于点 Q ，求证：直线 NQ 恒过定点。