

《函数的单调性与最大(小)值》拓展作业 答案

1. (0,1] 2. [0,2]

3 解 (1)对于任意  $x, y \in \mathbf{R}$  都有  $f(xy) = f(x) + f(y)$ ,

$\therefore$  当  $x=y=1$  时, 有  $f(1) = f(1) + f(1)$ ,  $\therefore f(1) = 0$ .

当  $x=2, y=\frac{1}{2}$  时, 有  $f(2 \times \frac{1}{2}) = f(2) + f(\frac{1}{2})$ ,

即  $f(2) + f(\frac{1}{2}) = 0$ ,

又  $f(2) = 1$ ,  $\therefore f(\frac{1}{2}) = -1$ .

(2) $y=f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为单调增函数, 证明如下:

设  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $f(x_1) + f(\frac{x_2}{x_1}) = f(x_2)$ ,

即  $f(x_2) - f(x_1) = f(\frac{x_2}{x_1})$ .

因为  $\frac{x_2}{x_1} > 1$ , 故  $f(\frac{x_2}{x_1}) > 0$ ,

即  $f(x_2) > f(x_1)$ , 故  $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为单调增函数.

(3)由(1)知,  $f(\frac{1}{2}) = -1$ ,

$\therefore f(8x-6) - 1 = f(8x-6) + f(\frac{1}{2})$

$= f(\frac{1}{2}(8x-6)) = f(4x-3)$ ,

$\therefore f(2x) > f(4x-3)$ ,

$\therefore f(x)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上为增函数,

$\therefore \begin{cases} 2x > 4x-3, \\ 4x-3 > 0. \end{cases}$

解得解集为  $\{x | \frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}\}$ .