

一道圆锥曲线高考题的解法探究——拓展提升任务

【填空题】

1. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的左焦点为 F ，点 P 在椭圆上且在 x 轴的上方，若线段 PF 的中点在以原点 O 为圆心， $|OF|$ 为半径的圆上，则直线 PF 的斜率是_____.

2. 设 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 的两个焦点， M 为 C 上一点且在第一象限. 若 $\triangle MF_1F_2$ 为等腰三角形，则 M 的坐标为_____.

【解答题】

已知椭圆 C 的焦点为 $(-\sqrt{15}, 0)$, $(\sqrt{15}, 0)$ ，且椭圆 C 过点 $M(4, 1)$ ，直线 $l: y = x + m$ 不过点 M ，且与椭圆交于不同的两点 A, B .

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 求证：直线 MA, MB 与 x 轴总围成一个等腰三角形.