

【选择题】

1 【答案】 B

解：由抛物线 $y^2 = 4x$ 的方程得准线方程为 $x = -1$,

又椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 的焦点为 $(\pm c, 0)$.

\because 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 的一个焦点在抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线上, $\therefore -c = -1$, 得到 $c = 1$.

$\therefore a^2 = b^2 + c^2 = 1 + 1 = 2$, 解得 $a = \sqrt{2}$.

$$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选: B.

2 【答案】 B

直线 $l: x + my - m = 1 (m \in R)$ 化为 $x - 1 + m(y - 1) = 0$,

可得直线 l 恒过点 $(1, 1)$, 由 $\frac{1^2}{4} + \frac{1^2}{3} < 1$ 可知该点在椭圆内部.

所以直线 l 与椭圆相交,

故选: B.

3 【答案】 C

由已知 $a = 2$, $b = \sqrt{3}$, $c = 1$,

则点 P 为短轴顶点 $(0, \sqrt{3})$ 时, $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$, $\triangle PF_1F_2$ 是正三角形,

若 $\triangle PF_1F_2$ 是直角三角形, 则直角顶点不可能是点 P , 只能是焦点 F_1 (或 F_2) 为

直角顶点, 此时 $|PF_1| = \frac{b^2}{a} = \frac{3}{2}$ (或 $|PF_2| = \frac{b^2}{a}$), $S_{\triangle PF_1F_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{a} \cdot 2c = \frac{b^2c}{a} = \frac{3}{2}$.

故选: C.

4 【答案】 C

根据椭圆定义, $|AF_1| + |AF_2| = 2a = 8$

$$|BF_1| + |BF_2| = 2a = 8$$

所以三角形周长为 $|AF_1|+|BF_1|+|AB|=16$

所以 $|AF_1|+|BF_1|=16-|AB|=11$

所以选 C

5 【答案】 A

\therefore 以原点为圆心, F_1F_2 为直径的圆恰好与椭圆有两个公共点, \therefore 这两个公共点只能是椭圆短轴的顶点, $\therefore b=c$, 又 $2c=4$ 即 $c=2$,

$$\therefore a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{椭圆方程为 } \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

故选: A。

6 【答案】 B

当点 P 在短轴顶点时, 由于 $b=c=2$, $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$, 此时满足已知的有两个;

当 $\angle PF_1F_2 = \frac{\pi}{2}$ 或 $\angle PF_2F_1 = \frac{\pi}{2}$ 时, 有 4 个.

所以满足条件的点 P 个数共有 6 个.

故选: B

7 【答案】 D

O 是坐标原点, 由对称性得 $S_{\triangle ABF} = 2S_{\triangle OFA}$, 当 A 是短轴端点时, A 到 OF 的距离最大, 即 $\triangle OFA$ 面积最大, 又由题意 $a=2, b=1$, 则 $c = \sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\triangle ABF} \text{ 的最大值为 } 2 \times \frac{1}{2} cb = \sqrt{3}.$$

故选: D.

8 【答案】 A

根据“果圆”的定义以及 $F_0F_1F_2$ 是边长为 1 的等边三角可知,

$$OF_2 = \sqrt{b^2 - c^2} = \frac{1}{2}, OF_0 = c = \sqrt{3}OF_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore b=1, \therefore a^2 = b^2 + c^2 = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}, \text{ 得}$$

$a = \frac{\sqrt{7}}{2}$, 即 $a = \frac{\sqrt{7}}{2}, b = 1$, 故选 A.

9 【答案】 C

由椭圆的光学性质得到直线 l' 平分角 F_1PF_2 , 因为

$$\frac{S_{\triangle PMF_1}}{S_{\triangle PMF_2}} = \frac{|F_1M|}{|F_2M|} = \frac{\frac{1}{2}|F_1P||PM|\sin \angle F_1PM}{\frac{1}{2}|F_2P||PM|\sin \angle F_2PM} = \frac{|PF_1|}{|PF_2|}$$

由 $|PF_1| = 1, |PF_1| + |PF_2| = 4$ 得到 $|PF_2| = 3$, 故 $|F_1M| : |F_2M| = 1 : 3$.

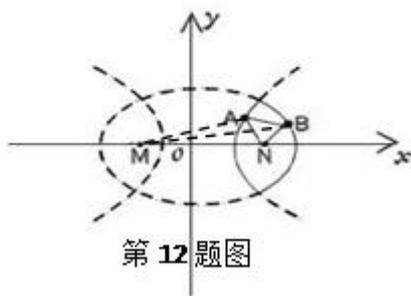
故答案为 C.

10 【答案】 A

由题得: 设周长为 l

$$\begin{aligned} |BM| + |BN| &= 2a \\ |AM| - |AN| &= 2m \end{aligned} \Rightarrow l = |AB| + |BN| + |AN| = |AB| + 2a - |BM| + |AM| - 2m$$

$$\therefore |AB| + |AM| \geq |BM| \Rightarrow l \geq 2a - 2m$$



当且仅当 M、A、B 共线时, $\triangle ANB$ 周长的最小