**函数不等式专题**

**例1.**在直角坐标系中，记函数的图像为曲线，函数的图像为曲线．

（Ⅰ）比较和的大小，并说明理由；

（Ⅱ）当曲线在直线的下方时，求**的取值范围；

（Ⅲ）记函数的图像为,若方程恰有两解，求的取值范围。

**例2.** 已知函数**．

（Ⅰ）证明：**为偶函数；

（Ⅱ）用定义证明：**是**上的减函数；

（Ⅲ）当**时，求**的值域．

**例3.**已知函数的图像在定义域上连续不断.若存在常数，使得对于任意的，恒成立，称函数满足性质.

(Ⅰ)若满足性质，且，求的值；

(Ⅱ) 若，试判定函数是否满足性质，并给予证明;

(Ⅲ) 若，试说明至少存在两个不等的正数，同时使得函数满足性质和. (参考数据:)

**例4.** 已知 $a\in R$，函数 $f\left(x\right)=log\_{2}\left(\frac{1}{x}+a\right)$．

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f\left(x\right)>1$；

（2）关于 $x$ 的方程 $f\left(x\right)+log\_{2}\left(x^{2}\right)=0$ 的解集中恰有一个元素，求 $a$ 的值；

（3）设 $a>0$，若对任意 $t\in \left[\frac{1}{2},1\right]$，函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[t,t+1\right]$ 上的最大值与最小值的差不超过 $1$，求 $a$ 的取值范围．

**拓展提升任务：**

1.已知函数.

（Ⅰ）若，求不等式的解集；

（Ⅱ）已知，且在区间恒成立，求的取值范围；

（Ⅲ）关于*x*的方程有两个不相等的正实数根，求的取值范围.

2．已知函数（，且）．

（Ⅰ）求函数的定义域；

（Ⅱ）判断函数的奇偶性；

（Ⅲ）解关于*x*的不等式．

**3.** 已知集合是满足下列性质的函数的全体：在定义域内存在实数，使得成立。

（1）函数是否属于集合？并说明你的理由；

（2）若函数，求实数的取值范围；

（3）证明：函数。

**4.** 函数。

（1）讨论函数的奇偶性；

（2）若函数在有两个不同的零点,

①求实数的取值范围；②证明:。