

《函数的单调性与最大（小）值》拓展作业

拓展内容：

1. 若 $f(x) = -x^2 + 2ax$ 与 $g(x) = \frac{a}{x+1}$ 在区间 $[1, 2]$ 上都是减函数，则 a 的取值范围是_____.

2. 若函数 $f(x) = \begin{cases} (x-m)^2, & x \leq 0, \\ x + \frac{1}{x} + m, & x > 0 \end{cases}$ 的最小值为 $f(0)$ ，则实数 m 的取值范围是_____.

3. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$ ，且对任意正实数 x, y 都有 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 恒成立，已知 $f(2) = 1$ ，且 $x > 1$ 时， $f(x) > 0$.

(1) 求 $f(\frac{1}{2})$ 的值；

(2) 判断 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性并给出证明；

(3) 解不等式 $f(2x) > f(8x-6) - 1$.