

## 检测题答案

答案: ADCDA DAABB

解: (I) 由已知得  $1 + \frac{p}{2} = 2$ , 所以  $p = 2$ .

所以抛物线  $C$  的方程为  $y^2 = 4x$ , 焦点  $F$  的坐标为  $(1, 0)$ .

(II) 设点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 由已知得  $Q(-1, -2)$ ,

由题意直线  $AB$  斜率存在且不为 0.

设直线  $AB$  的方程为  $y = k(x+1) - 2 (k \neq 0)$ .

$$\text{由} \begin{cases} y^2 = 4x, \\ y = k(x+1) - 2 \end{cases} \text{得 } ky^2 - 4y + 4k - 8 = 0,$$

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{4}{k}, y_1 y_2 = 4 - \frac{8}{k}.$$

因为点  $A, B$  在抛物线  $C$  上, 所以  $y_1^2 = 4x_1$ ,  $y_2^2 = 4x_2$ ,

$$k_{PA} = \frac{y_1 - 2}{x_1 - 1} = \frac{y_1 - 2}{\frac{y_1^2}{4} - 1} = \frac{4}{y_1 + 2}, \quad k_{PB} = \frac{y_2 - 2}{x_2 - 1} = \frac{4}{y_2 + 2}.$$

因为  $PF \perp x$  轴,

$$\begin{aligned} \text{所以 } |MF| \cdot |NF| &= \frac{|PF|}{|k_{PA}|} \cdot \frac{|PF|}{|k_{PB}|} = \frac{4}{|k_{PA} \cdot k_{PB}|} = \frac{|(y_1 + 2)(y_2 + 2)|}{4} \\ &= \frac{|y_1 y_2 + 2(y_1 + y_2) + 4|}{4} = \frac{\left|4 - \frac{8}{k} + \frac{8}{k} + 4\right|}{4} = 2. \end{aligned}$$

所以  $|MF| \cdot |NF|$  的值为 2