《函数与导数综合专题》单元检测

一．选择题

1.函数$f(x)=x^2-2\ln x$的单调减区间是（　）

A．$(0,1]$　　B．$[1,+\infty)$

C．$(-\infty,-1]\cup(0，1]$　　D．$[-1,0)\cup(0,1]$

2.函数 $f\left(x\right)=ax^3+x+1$有极值的一个充分布必要条件（　）

A．$a<0$　　B．$a>0$　　C．$a<-1$　　D．$a<1$

3.若函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^2+x\ln x-x$存在单调递增区间，则$a$的取值范围是（　）

A．$\left(-\frac{1}{\mathrm{e}},1\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$

C．$\left(-1,+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$

4.若 $x=1$ 是函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+(a+1)x^2-\left(a^2+a-3\right)x$ 的极值点，则 a 的值为（　）

A．-2　　B．3

C．-2 或 3　　D．-3 或 2

二．填空题

5.函数 $f(x)=x^3-15x^2-33x+6$ 的单调减区间为_____.

6.设函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+a\mathrm{e}^{-x}$（$a$ 为常数），若 f（x）是 **R** 上的增函数，则 a 的取值范围是_____.

7.已知函数$f(x)=\ln x-ax$，当$a>0$时，函数$f(x)$有极_____值点

三．解答题

8.已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x}-x+a\ln x$．讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性；

9. 已知函数 $f(x)=\sin x-\ln(1+x)$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数. 证明：$f'(x)$ 在区间 $(-1,\frac{\pi}{2})$ 存在唯一极大值点.