

函数零点问题

【使用说明】

数形结合是解答函数零点题的一种常用的方法与技巧。数形结合包括“以形助数”和“以数辅形”两个方面，既要进行几何直观分析，又要进行相应的代数抽象探求，仅对代数问题进行几何分析容易出错。我们在一轮复习中已经梳理了函数的相关内容，同学们对函数及其性质和基本初等函数有了系统的了解。大家在解决函数零点问题，特别是含参函数的零点问题时有较多困惑，这节课目的是希望同学们通过这样的复习之后，对于这类问题能够比之前有更深的认识和更强的处理能力。

【学法指导】

我们在解题时，特别是做选择填空题中的零点相关问题时已经有了数形结合的意识，但是我们往往只对问题进行图形的分析，容易出现失误。通过这个专题的学习，大家可以对数形结合的思想与方法有更深刻的认知与体验。

【主要方法】

1.函数的图像变换，数形结合。2.分类讨论 3.从特殊到一般

【教学目标】

- 1.从数与形两个角度认识函数零点问题，巩固零点的相关概念与性质；
- 2.能够对零点问题进行多角度转化，从中选择优化解法；
- 3.增强数形结合的意识，体会数形结合的方法在研究函数性质中的一般性和有效性，提升直观想象的数学素养。

【教学重点】

利用函数图象解决函数的零点个数问题

【教学难点】

利用函数图象解决含参函数的零点个数问题

【题目训练】

引入：求下列函数的零点个数：

(1) 函数 $f(x) = 2^x - 1$ 的零点个数是_____；

(2) 函数 $f(x) = 2^x - x^2$ 的零点个数是_____；

(3) 函数 $f(x) = \frac{x^2}{2^x} - 1$ 的零点个数是_____。

问题 1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - a, & x < 1, \\ 4(x-a)(x-2a), & x \geq 1. \end{cases}$

①若 $a=1$, 则 $f(x)$ 的最小值为_____;

②若 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

问题 2. 已知 x 为实数, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 函数 $f(x) = x - [x]$, 则方程

$f(x) = \log_5|x|$ 的根有_____个.

变式: 已知函数 $f(x) = x - [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数, 若关于 x 的方程 $f(x) = kx + k$

有三个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是_____.