

拓展作业

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 $A(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 C 上.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设动直线 l 与椭圆 C 有且仅有一个公共点, 判断是否存在以原点 O 为圆心的圆, 满足此圆与 l 相交于两点 P_1, P_2 (两点均不在坐标轴上), 且使得直线 OP_1, OP_2 的斜率之积为定值? 若存在, 求此圆的方程; 若不存在, 说明理由.