

高二 数学学科 拓展资源 1 《从一道综合题看解析几何运算合理性》 拓展提升

平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 抛物线 $E:$

$x^2 = 2y$ 的焦点 F 是 C 的一个顶点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 P 是 E 上的动点, 且位于第一象限, E 在点 P 处的切线 l 与 C 交与不同的两点 A, B , 线段 AB 的中点为 D , 直线 OD 与过 P 且垂直于 x 轴的直线交于点 M .

(i) 求证: 点 M 在定直线上;

(ii) 直线 l 与 y 轴交于点 G , 记 $\triangle PFG$ 的面积为 S_1 , $\triangle PDM$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的

最大值及取得最大值时点 P 的坐标.

