

【解析】(I) 由离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 有 $a^2 = 4b^2$,

又抛物线 $x^2 = 2y$ 的焦点坐标为 $F(0, \frac{1}{2})$, 所以 $b = \frac{1}{2}$, 于是 $a = 1$,

所以椭圆 C 的方程为 $x^2 + 4y^2 = 1$.

(II) (i) 设 P 点坐标为 $P(m, \frac{m^2}{2})$, ($m > 0$),

由 $x^2 = 2y$ 得 $y' = x$, 所以 E 在点 P 处的切线 l 的斜率为 m ,

因此切线 l 的方程为 $y = mx - \frac{m^2}{2}$,

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), D(x_0, y_0)$,

将 $y = mx - \frac{m^2}{2}$ 代入 $x^2 + 4y^2 = 1$, 得

$$(1 + 4m^2)x^2 - 4m^3x + m^2 - 1 = 0.$$

$$\text{于是 } x_1 + x_2 = \frac{4m^3}{1 + 4m^2}, \quad x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2m^3}{1 + 4m^2},$$

$$\text{又 } y_0 = mx_0 - \frac{m^2}{2} = \frac{-m^2}{2(1 + 4m^2)},$$

$$\text{于是 直线 } OD \text{ 的方程为 } y = -\frac{1}{4m}x.$$

$$\text{联立方程 } y = -\frac{1}{4m}x \text{ 与 } x = m, \text{ 得 } M \text{ 的坐标为 } M(m, -\frac{1}{4}).$$

所以点 M 在定直线 $y = -\frac{1}{4}$ 上.

$$(ii) \text{ 在切线 } l \text{ 的方程为 } y = mx - \frac{m^2}{2} \text{ 中, 令 } x = 0, \text{ 得 } y = -\frac{m^2}{2},$$

即点 G 的坐标为 $G(0, -\frac{m^2}{2})$, 又 $P(m, \frac{m^2}{2})$, $F(0, \frac{1}{2})$,

$$\text{所以 } S_1 = \frac{1}{2} m \times |GF| = \frac{m(m^2 + 1)}{4};$$

再由 $D(\frac{2m^3}{4m^2 + 1}, \frac{-m^2}{2(4m^2 + 1)})$, 得

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2m^2 + 1}{4} \times \frac{2m^3 + m}{4m^2 + 1} = \frac{m(2m^2 + 1)^2}{8(4m^2 + 1)}$$

$$\text{于是有 } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2(4m^2 + 1)(m^2 + 1)}{(2m^2 + 1)^2}.$$

$$\text{令 } t = 2m^2 + 1, \text{ 得 } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2(t - \frac{1}{2})(t + 1)}{t^2} = 2 + \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2}$$

当 $\frac{1}{t} = \frac{1}{2}$ 时, 即 $t = 2$ 时, $\frac{S_1}{S_2}$ 取得最大值 $\frac{9}{4}$.

此时 $m^2 = \frac{1}{2}$, $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 P 点的坐标为 $P(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4})$.

所以 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值为 $\frac{9}{4}$, 取得最大值时点 P 的坐标为 $P(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4})$.