

函数的奇偶性(1) 学习任务单

【学习目标】

1. 结合具体函数，了解函数奇偶性的含义.
2. 掌握判断函数奇偶性的方法与步骤，会运用函数图象理解和研究函数的奇偶性.

【学法指导】

一、知识梳理

1. 偶函数的概念:

2. 奇函数的概念

3. 知识拓展：函数奇偶性常用结论

(1) _____ (2) _____ (3) _____

二、典型例题

题型一 判断函数的奇偶性

例 1 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x) = \frac{1}{x}$;

(2) $f(x) = x^2(x^2 + 2)$;

(3) $f(x) = \frac{x}{x-1}$;

(4) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}$.

(5) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0, \\ -x^2 + x, & x > 0. \end{cases}$

跟踪训练 (1) 下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是()

- A. $y = x + \sin 2x$ B. $y = x^2 - \cos x$ C. $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$ D. $y = x^2 + \sin x$

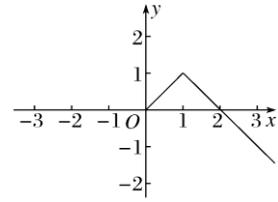
(2) 设函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域都为 \mathbf{R} , 且 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则下列结论中正确的是()

- A. $f(x)g(x)$ 是偶函数 B. $|f(x)|g(x)$ 是奇函数
C. $f(x)|g(x)|$ 是奇函数 D. $|f(x)g(x)|$ 是奇函数

题型二 奇、偶函数图象的应用

例2 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图象如图所示.

- (1) 画出 $f(x)$ 的图象;
- (2) 解不等式 $xf(x) > 0$.



题型三、利用函数的奇偶性求参数值

例3 (1) 若函数 $f(x) = ax^2 + bx + 3a + b$ 是偶函数, 定义域为 $[a-1, 2a]$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \leq 0, \\ ax^2 + bx, & x > 0 \end{cases}$ 为奇函数, 则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、课堂小结

1. 知识清单:
2. 方法归纳:
3. 常见误区:

函数的奇偶性(2) 学习任务单

【学习目标】

1. 掌握用奇偶性求解析式的方法;
2. 理解奇偶性对单调性的影响并能用以比较大小、求最值和解不等式.

【学法指导】

一、知识梳理

知识点一 用奇偶性求解析式

如果已知函数的奇偶性和一个区间 $[a, b]$ 上的解析式, 想求关于原点的对称区间

$[-b, -a]$ 上的解析式, 其解决思路为:

- (1)
- (2)
- (3)

知识点二 奇偶性与单调性

若函数 $f(x)$ 为奇函数, 则 $f(x)$ 在关于原点对称的两个区间 $[a, b]$ 和 $[-b, -a]$ 上具有 的单调性; 若函数 $f(x)$ 为偶函数, 则 $f(x)$ 在关于原点对称的两个区间 $[a, b]$ 和 $[-b, -a]$ 上具有

_____的单调性.

二、典型例题

题型一 求函数值或求对称区间上的解析式

例 1 (1) 已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x(1+x)$, 求 $f(x)$ 的解析式.

(2) (2017 全国 II) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = 2x^3 - x^2$, 则 $f(2) =$ _____.

题型二 构造方程组求解析式

例 2 设 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数, 且 $f(x) + g(x) = \frac{1}{x-1}$, 求函数 $f(x)$, $g(x)$ 的解析式.

题型三 利用函数的奇偶性与单调性比较大小

例 3 (1) 设偶函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x)$ 是增函数, 则 $f(-2)$, $f(\pi)$, $f(-3)$ 的大小关系是()

- A. $f(\pi) > f(-3) > f(-2)$ B. $f(\pi) > f(-2) > f(-3)$
C. $f(\pi) < f(-3) < f(-2)$ D. $f(\pi) < f(-2) < f(-3)$

(2) 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 为增函数, 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上的图象与 $f(x)$ 的图象重合, 设 $a > b > 0$, 下列不等式中成立的有 _____ . (填序号)

① $f(a) > f(-b)$; ② $f(-a) > f(b)$; ③ $g(a) > g(-b)$; ④ $g(-a) < g(b)$; ⑤ $g(-a) > f(-a)$.

题型四 利用函数的奇偶性与单调性解不等式

例 4 (1) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且在区间 $(-\infty, 0)$ 上是增函数. 若 $f(-3) = 0$, 则 $\frac{f(x)}{x} < 0$ 的解集为 _____.

(2) 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围为()

- A. $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ B. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ D. $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$

(3) 已知函数 $g(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $g(x) = -\ln(1-x)$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0, \\ g(x), & x > 0, \end{cases}$

若 $f(2-x^2) > f(x)$, 则实数 x 的取值范围是()

- A. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ C. $(1, 2)$ D. $(-2, 1)$

(4) 设定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上是减函数, 若 $f(1-m) < f(m)$, 则实数 m 的取值范围是_____.

三、课堂小结

1. 知识清单:

2. 方法归纳:

3. 常见误区: