

《函数的单调性及最值》学习指南

【学习目标】

1. 理解增函数，减函数及最大（小）值的定义，会判断函数的单调性。
2. 能结合函数的单调性求相应函数的最值并会求参数的范围。

【学法指导】

一、知识梳理

1. 增函数的概念：

2. 减函数的概念：

3. 知识拓展：增（减）函数定义的常见等价形式

(1) _____ (2) _____

4. 最大值的概念：

5. 最小值的概念

二、典型例题

题型一、 图像法判断函数的单调性

例 1 写出函数 $y=|x^2-2x-3|$ 的单调区间，并指出单调性

题型二、 定义法证明函数的单调性

例 2 求证：函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数.

题型三、利用函数的单调性求参数范围

例 3 若函数 $f(x)=\begin{cases} (3a-1)x+4a, & x<1, \\ -ax, & x\geq 1 \end{cases}$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的减函数，则 a 的取值范围()

A. $[\frac{1}{8}, \frac{1}{3})$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $[\frac{1}{8}, +\infty)$ D. $(-\infty, \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$

例 4 已知 $y=f(x)$ 在定义域 $(-1,1)$ 上是减函数且 $f(1-a)<f(2a-1)$ ，求 a 的取值范围.

题型四、利用函数的单调性求最值

例 5 (1)已知函数 $f(x)=x^2-2x-3$ ，若 $x\in[0,2]$ ，求函数 $f(x)$ 的最值；

(2)已知函数 $f(x)=x^2-2x-3$ ，若 $x\in[t, t+2]$ ，求函数 $f(x)$ 的最值；

题型五、恒成立问题

例 6 已知 $x^2-x+a>0$ 对任意 $x\in(0, +\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

三、课堂小结

1. 判断函数单调性的方法：
2. 求函数最值的方法：
3. 利用函数的单调性求参数范围：
4. 恒成立问题。